

# O VALOR DIDÁTICO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

*THE DIDACTIC VALUE OF PROBLEM SOLVING IN THE MATHEMATICSTEACHING-LEARNING PROCESS*

*EL VALOR DIDACTICO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA*

*Oscar Ernesto Domingos calopa<sup>1</sup>*

## RESUMO

A Resolução de problemas, no processo de ensino-aprendizagem da matemática, configura-se, hoje, em distintas realidades curriculares, como um dos enfoques centrais do ensino e aprendizagem da matemática, pelo facto de evidenciar o valor utilitário da matemática. Este texto decorre de uma reflexão sobre o enfoque “resolução de problemas”, na Unidade Curricular “Ensino da Matemática e a Resolução de Problemas”, no curso de Mestrado em Ensino da Matemática, especialidade de Didáctica da Matemática, no Instituto Superior de Ciências da Educação de Luanda (ISCED/Luanda), e tem como objectivo, compreender o valor didáctico da resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Esta pesquisa é, essencialmente, de carácter bibliográfico-qualitativo, e é conduzida através dos métodos de nível teórico e histórico-lógico.

**PALAVRAS-CHAVE:** Resolução de problemas, ensino-aprendizagem, ensino da Matemática.

## ABSTRACT

Problem solving, in the teaching-learning process of mathematics, is configured, today, in different curricular realities, as one of the central focuses of teaching and learning mathematics, due to the fact that it highlights the utilitarian value of mathematics. This text arises from a reflection on the “problem solving” approach, in the Curricular Unit “Teaching Mathematics and Problem Solving”, in the Master’s course in Teaching Mathematics, specializing in Mathematics Didactics, at the Instituto Superior de Ciências da Educação de Luanda (ISCED/Luanda), and aims to understand the didactic value of problem solving in the teaching-learning process of Mathematics. This research is essentially of a bibliographic-qualitative nature, and is conducted using methods at a theoretical and historical-logical level.

**KEYWORDS:** Problem solving, Teaching-learning, Mathematics Teaching.

## RESUMEN

---

<sup>1</sup> Mestrando em Ensino da Matemática, especialidade de Didáctica da Matemática pelo Instituto Superior de Ciências da Educação de Luanda (ISCED-Luanda). Professor e investigador em Educação e Ensino. E-mail: [oscarcalopa20@gmail.com](mailto:oscarcalopa20@gmail.com). ORCID: <http://orcid.org/0009-0009-7163-3132>.

La resolución de problemas, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, se configura, hoy, en diferentes realidades curriculares, debido a que resalta el valor utilitario de las matemáticas. Este texto surge de una reflexión sobre el enfoque de “resolución de problemas”, en la Unidad Curricular “Enseñanza de la Matemática y Resolución de Problemas”, en la Maestría en Enseñanza de la Matemática, con especialidad en Didáctica de la Matemática, del Instituto Superior de Ciências de Educação de Luanda (ISCED/Luanda), y tiene como objetivo comprender el valor didáctico de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Esta investigación es esencialmente de carácter bibliográfico-cualitativo, y se realiza utilizando métodos de nivel teórico e histórico-lógico.

**PALABRAS CLAVE:** Resolución de problemas, Enseñanza-aprendizaje, Enseñanza de las Matemáticas.

## **INTRODUÇÃO**

O ensino da Matemática, desde os finais do século XX, vem conhecendo mudanças significativas, devido as pesquisas que se vão realizando nesta área. E como consequência, surgiram várias tendências do ensino da matemática, das quais, importa-nos destacar, a resolução de problemas.

A resolução de problemas, neste estudo, é tido como o ponto de partida e o ponto de chegada de qualquer actividade matemática. Não obstante a matemática ter um valor utilitário ou formativo, o seu ensino está orientado para resolver problemas, quer de âmbito intra-matemático, como de âmbito extra-matemático.

Em Didáctica da Matemática, sustenta-se que a via da formação do pensamento matemático se eleva do concreto para o abstracto e, novamente, do abstracto para o concreto. E aqui o concreto tem a conotação de situação real, um facto do dia a dia. Por isso, a resolução de problemas é tido como o fundamento do ensino e da aprendizagem da matemática. É da resolução de problemas que deriva o sentido e o significado da matemática para os alunos.

Entretanto, interessar o aluno na aprendizagem de um conceito é mostrar-lhe o significado do que se lhe está sendo ensinado na vida concreta. Daí que, salienta Lins (1994) que “[...] a matemática precisa ter significado para os alunos, pois a ausência de significado na matemática acadêmica tem sido a fonte de tanto fracasso”.

E o processo de formular e resolver problemas, que por sua vez faz parte dos cinco Processos Gerais da Actividade Matemática (Formular e resolver problemas, modelar processos e fenómenos da realidade, comunicar, raciocinar ou comparar, exercitar procedimentos e algoritmos), é um processo presente ao longo de todas as actividades curriculares de matemática, e não é uma actividade isolada e esporádica. Mas, ainda assim, poderia converter-se no principal eixo organizador do currículo de matemática, porque as situações-problema proporcionam o contexto imediato onde o fazer matemático ganha sentido, na medida em que as situações que se abordem estejam ligadas às experiências quotidianas e, por isso, sejam mais significativas para os alunos.

Estes problemas podem surgir do mundo quotidiano próximo ou distante, mas também de outras ciências ou da própria matemática, convertendo-se em ricas redes de interconexões e interdisciplinaridade. A formulação, o tratamento e a resolução dos problemas suscitados por uma situação problema, permitem desenvolver uma atitude mental perseverante e inquisitiva, mobilizar uma série de estratégias para resolvê-los, encontrar resultados, verificar e interpretar o razoável deles, modificar condições e originar outros problemas.

Na actualidade, nas distintas realidades educacionais, uma das grandes preocupações, de pedagogos e matemáticos, tem sido a de desenvolver nos alunos uma disposição para o estudo da matemática. E, a resolução de problemas matemáticos, tem sido adoptada como um enfoque principal dos currículos, porque contribui para esta disposição, na medida em que o aluno entra em choque cognitivo, e desperta-lhe logo a curiosidade de aprender como se resolve a situação proposta. Pois, as situações-problema, são, como o próprio nome diz, situações constrangedoras que precisam ser resolvidas sem saber como.

Considerando a Resolução de Problemas uma parte importante do ensino da Matemática, fez-se uma pesquisa de carácter bibliográfico-qualitativo, e foi conduzida através dos métodos de nível teóricos e históricos-lógico. E com ela objectivou-se compreender o valor didáctico da resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

O trabalho começa com uma abordagem sobre concepções de problemas matemáticos, a seguir fez-se uma breve retrospectiva histórica da Resolução de

Problemas e, por fim, discorreu-se sobre o processo de ensino-aprendizagem baseado na resolução de problemas.

## **ENQUADRAMENTO TEÓRICO**

### **1. Diferentes concepções sobre resolução de Problema**

Na literatura especializada encontrou-se distintos autores que abordaram sobre a resolução de problemas no ensino da Matemática. Mas, em todos os autores consultados, não obstante as divergências, há sempre convergências nas suas concepções sobre um problema.

Vale, antes de tudo, destacar que considerou-se, neste estudo, situação-problema e problema como sinónimos. Além disso, importa ainda salientar que segundo Lorenzato e Vila (1993) e Verçosa, et al. (2010), a noção do que é, de facto, um problema é difícil de se conceptualizar do ponto de vista da matemática.

Ora, o termo problema, segundo Braga (2020), está constantemente em utilização pelos professores de matemática, mas na maioria das vezes não vem acompanhado de uma reflexão a respeito de sua conceptualização.

A definição do conceito problema vai desde uma visão geral, do senso comum, como sinónimo de dificuldades e aperto, até as especificidades presentes no âmbito da matemática.

Na perspectiva de Charnay (1996, p. 38), o aluno deve ser capaz não só de realizar repetições, mas, principalmente, deve estar apto a “ressignificar em situações novas” e a “adaptar” e “transferir seu conhecimento para resolver novos problemas”. Ou seja, o aluno deve estar habilitado a usar, na resolução de problemas, os conhecimentos previamente construídos. E isso exige, do professor, desenvolver no aluno a capacidade de pensar matematicamente, tal como se pode confirmar em George Polya, quando diz que;

“A Matemática não é um esporte para espectadores; não se pode desfrutar dela nem aprendê-la sem a participação ativa; por isso o princípio da aprendizagem ativa é particularmente importante para nós, professores de matemática, especialmente se considerarmos como nosso principal objetivo, o primeiro de nossos objetivos, o de ensinar o estudante a pensar” (Pólya, 1995, p. 10).

Para Charnay (1996), o conceito de problema se aproxima mais de uma possível definição mais generalizada, pois o autor o associa à dificuldade e a um obstáculo a ser superado.

Só há problema se o aluno percebe uma dificuldade; uma determinada situação que “provoca problema” para um determinado aluno, e que pode ser resolvida imediatamente por outro (e então não será percebida por este último como sendo um problema). Há então, uma idéia de obstáculo a ser superado” (Charnay, 1996, p. 46).

No Brasil, por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (Brasil, 1997) preconizam a Resolução de Problemas como um dos caminhos para se fazer matemática em sala de aula e, definem problema matemático como sendo “uma situação que demanda a realização de uma sequência de acções ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la” (p. 32-33).

Já na perspectiva de Pozo e Echeverría (1998), problema está relacionado a questões abertas que exigem um posicionamento dinâmico do aluno, a mobilização de toda experiência matemática por ele acumulada.

“A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes”. (Pozo; Echeverría, 1998, p. 9).

Segundo Dante (1988), citado por Cavalcanti, et al. (2011, p. 5), Problema “é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido, e não temos previamente nenhum algoritmo que garanta a sua solução”. Para ele, problemas não são como exercícios. Estes seriam ferramentas para praticar determinado processo ou algoritmo matemático.

Costa e Allevato (2010), apresentam a vantagem da aprendizagem baseada em problemas, quando afirmam que um problema está relacionado a certo distanciamento de memorizações, regras e fórmulas. O aluno, com isso, não está

preso a um método de solução que o limita a desbravar novos conhecimentos. Além de fazer com que os estudantes compreendam que não há um método correcto específico de solução para determinado problema.

Ainda na mesma esteira de ideias, Lupinacci e Botin (2004), salientam que a Resolução de Problemas é um método a ser utilizado pelo professor ao ensinar determinado conteúdo de matemática, que distancia a falta de interesse por parte dos alunos, uma vez que os desafia através da exploração do problema. Portanto, esta é uma perspectiva motivacional que o ensino baseado na resolução de problemas tem nas aulas de matemática.

A resolução de problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (Lupinacci & Botin, 2004, p. 1).

Alvarenga e Vale (2007) concebem o problema como sendo aquilo com o que nos deparamos e não sabemos, em primeira mão, como enfrentar. É necessário, para isso, processos mentais e estratégias que deverão estar relacionadas à criatividade e à curiosidade.

É consensual que se está perante um problema quando a situação não pode ser resolvida pelo recurso imediato a processos conhecidos e estandardizados. A procura da solução envolve o recurso adicional de processos mentais que podem ajudar a chegar à solução e que constituem um apoio para que os alunos consigam, com entusiasmo e sucesso, resolver problemas. Estes processos são vulgarmente designados por estratégias de resolução de problemas e estão mais associados à criatividade e à curiosidade, que à aplicação rotineira de um conjunto de técnicas sem significado. (Alvarenga & Vale, 2007, p. 29).

Van de Walle (2001) define problema como qualquer actividade ou tarefa em que não conhecemos um método já estabelecido ou regras prescritas e memorizadas para sua correcta solução. O autor ressalta ainda que não há um método específico para chegar à solução correcta do problema.

Para Lester (2012), problema é sinónimo de tarefas matemáticas que possibilitam, por meio de desafios, a progressão matemática no aluno. Ainda prossegue o autor dizendo que os termos, Resolução de Problemas, se referem a

“tarefas matemáticas que têm o potencial de proporcionar desafios intelectuais para melhorar o entendimento e desenvolvimento matemático dos estudantes” (p. 148).

## **2. Panorama histórico da Resolução de Problemas no ensino da Matemática**

Segundo Braga (2020), a Matemática e a Resolução de Problemas estão há tempos vinculadas, não com o olhar que atribuímos hoje a essa relação, mas com o viés de solucionar questões ligadas às dificuldades vivenciadas quotidianamente pelos povos.

A história da matemática nos mostra a importância dos problemas, pois, por trás de qualquer descoberta matemática há sempre uma situação-problema que motivou o nascimento e desenvolvimento de determinado conceito matemático e a formulação de uma teoria. É indubitável que, na História da Matemática, muitos problemas tenham significações especiais, que agem como catalisadores, influenciando significativamente o desenvolvimento da Ciência.

Estes problemas atraem e fascinam pesquisadores, muito por conta da simplicidade e lucidez de seus enunciados. Como resultado, há o desenvolvimento de diversos métodos, e novas teorias e perguntas, profundas e abrangentes, são formuladas (Raigorodski, 2004).

George Pólya, em 1945, foi um dos primeiros a tratar de maneira mais consistente a Resolução de Problemas no Ensino da Matemática. Todavia, foi no final dos anos 1970 que a Resolução de Problemas ganhou maior destaque em todo o mundo. Nesta época, as discussões voltadas para a Educação Matemática, no mundo, começaram a revelar as novas tendências no campo da matemática e a necessidade de adaptá-las ao contexto escolar em busca de melhorias na relação de ensino e aprendizagem.

Porém, foi na década de 1980 que o assunto se tornou ainda mais forte, com a publicação, nos Estados Unidos, da *An Agenda for a Action*, traduzida como Agenda para Acção do NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). Nela, o Conselho Nacional de Professores de Matemática, que é a principal organização profissional para professores de matemática, sem fins lucrativos, teve a intenção de apresentar seus olhares para as questões educacionais que, antes, eram mais fomentadas pela opinião pública.

Segundo Onuchic (1999), foi, exactamente, este conselho que sugeriu promover uma educação voltada para todos, e a Resolução de Problemas como foco da matemática para os anos 1980, pois foi a partir desta década que os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que resolver problemas necessitava de atenção. Porém, por ser uma proposta inovadora, existiam diversificadas concepções para a questão de a Resolução de Problemas ser o foco da matemática escolar nos anos 1980. Prova disso foram os muitos recursos desenvolvidos em Resolução de Problemas que não culminaram em bons resultados por conta dessas divergências.

A partir das diferentes concepções existentes para o assunto na época, Schroeder e Lester (1989) propuseram três diferentes perspectivas para a Resolução de Problemas:

- ensinar sobre Resolução de Problemas;
- ensinar para resolver problemas; e
- ensinar através da Resolução de Problemas.

Segundo os autores, ensinar sobre Resolução de Problemas seria ensinar o assunto Resolução de Problemas como uma nova teoria. Seu surgimento se dá, principalmente, como uma opção para tentar superar o fracasso da aprendizagem matemática e estimular os educadores da área com a implementação de uma nova teoria.

E ensinar para resolver problemas de matemática, vem como uma tentativa de resolver os problemas que o Ensino da Matemática moderna vinha apresentando. O professor, segundo Schroeder e Lester (1989), utiliza o que se ensina na matemática para transformar isso em problemas simples ou não tão simples assim. Seu olhar está na capacidade do aluno em transferir o que lhe foi ensinado para resolver problemas. É visto, com isso, como um instrumento a ser utilizado após a posse de novos conceitos ou após a prática de certos algoritmos. O problema aqui não antecede as novas descobertas, mas faz uso delas para atacá-lo.

Já ensinar matemática através da Resolução de Problemas, consiste numa metodologia de ensino. Portanto, não é um novo conceito a ensinar, nem mesmo é parte de um conteúdo, mas é um essencial meio de se fazer matemática. O

professor, por sua vez, faz uso da Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem ao propor situações-problema que levem o aluno a se tornar activo na construção de sua própria aprendizagem e, ao proporcionar que o discente assuma um papel de pesquisador nas investigações propostas pelo problema.

Entretanto, Schroeder e Lester (1989) ressaltam ainda que as três perspectivass expressas acima, para a abordagem da Resolução de Problemas, podem se estabelecer em diferentes momentos do ensino e, inclusive, de forma sobreposta.

Difícilmente o aluno de Matemática testemunha a acção do verdadeiro matemático no processo de identificação e solução de problemas. O professor faz questão de preparar todos os problemas a serem apresentados com antecedência; conseqüentemente, o legítimo ato de pensar matematicamente é escondido do aluno, e o único a conhecer a dinâmica desse processo continua sendo o professor. O professor, com isso, guarda para si a emoção da descoberta de uma solução fascinante, da descoberta de um caminho produtivo, das frustrações inerentes ao problema considerado e de como um matemático toma decisões que facilitam a solução do problema proposto. O que o aluno testemunha é uma solução bonita, eficiente, sem obstáculos e sem dúvidas, dando-lhe a impressão de que ele também conseguirá resolver problemas matemáticos com tal elegância (D'Ambrósio, 1993, p. 36).

É considerado como pioneiros da resolução de problemas matemáticos, o húngaro e professor de Matemática Georg Pólya (1887 – 1985), por ser o primeiro a publicar uma obra sobre Resolução de Problemas, tal como afirma Andrade (1998, p. 7);

a primeira vez em que a resolução de problema é tratada como um tema de interesse para professores e alunos, nos níveis superiores, foi a partir do livro *How to solve it*, de Pólya, cuja primeira edição data de 1945. Antes desse período, entretanto, houve algumas experiências e alguns estudos enfatizando os produtos da resolução de problemas. As experiências mais remotas e significativas podem ser creditadas a Dewey, entre 1896 e 1904. Nessas experiências, as crianças estudavam através de projetos que reproduziam as situações socioeconômicas (estudo/resolução de problemas de interesse da comunidade).

Na proposta de Pólya prepondera o desenvolvimento de Habilidades matemáticas referidas a análise e solução de situações-problema de carácter intra e extramatemática, pois, ela visa tornar os alunos ótimos resolvidores de problemas. Portanto, os escritos de Pólya se tornaram referência para os educadores dedicados à matemática.

Para Pólya, resolver problema é uma arte; e ele define quatro fases para a Resolução de qualquer Problema Matemático:

- I. Compreensão do problema: é preciso compreender o problema para ser resolvido;
- II. Estabelecimento de um plano: é preciso encontrar a conexão entre os dados e as incógnitas;
- III. Execução do plano: é preciso executar o plano estabelecido;
- IV. Retrospecto: examinar a solução obtida.

Pólya (1995, pp. 18-19), ainda faz notar que “uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema”. E é, segundo o autor, essa descoberta que poderá desencadear no aluno o interesse pelo exercício da mente. Até porque, refere o autor, são os problemas que tomam boa parte do nosso pensamento consciente, e a resolução dos mesmo exerce papel fundamental na actividade humana.

Segudo Vale, et al. (2015) citando Anderson, et al. (1985), “uma grande quantidade de estudos desenhados, sobretudo nas décadas de 1970 e 1980, a partir deste trabalho, focaram-se, essencialmente, sobre o modo como os alunos talentosos resolviam problemas, sobre o ensino de estratégias de resolução (heurística) e processos metacognitivos” e, “mais recentemente, sobre a relação com a modelação matemática” (English, et al., 2008).

Na actualidade, a maior parte dos currículos de matemática, nas distintas realidades educacionais, têm no centro de seu enfoque principal a resolução de problemas. Entretanto, dar um papel primordial para a resolução de problemas, e para a actividade de modelização, tem importantes repercussões do ponto de vista didáctico. E, quiçá, seria quanto menos contraditório com a génese histórica da

matemática, ao igual que com suas aplicações actuais, apresentar a matemática aos alunos como algo fechado, completo e afastado da realidade.

### **3. Processo de Ensino-Aprendizagem baseado na resolução de problemas**

A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de crédito), ou por problemas vinculados a outras ciências.

Daí, resultar improcedente um processo de ensino-aprendizagem da matemática desprovido da resolução de problemas, pois, a ser assim, ofuscaria a verdadeira finalidade do saber matemático, na medida em que o aluno não encontraria, de maneira nenhuma, sentido no que aprende e, tampouco, o professor encontraria sentido no que ensina. Portanto, assume aqui que a resolução de problemas é o fundamento de toda e qualquer actividade matemática.

Braga (2020) afirma que a escola, por anos, apresentou-se como uma instituição tradicional de ensino. Livros, lousa, cadernos e canetas eram tidos como suficientes para o fornecimento do conhecimento aos alunos. O professor, por sua vez, assumia o papel de transmissor do conteúdo, reiterando fórmulas e resolvendo mecânicos e repetitivos exercícios.

Diversos autores questionam essa maneira de se trabalhar na escola. Por exemplo, Moysés (2010) é uma delas, apresentando em suas escritas uma crítica ao “extremo isolamento que cresce a cada dia na escola em relação ao mundo que a rodeia” (p. 59).

Contudo, ao considerar-se esse lugar (Instituição Escolar) como um dos principais responsáveis por inserir o aluno na sociedade, modificando-o e sendo modificado por ele, precisa-se voltar a atenção e os olhares para ele e, principalmente, para os processos que estão sendo utilizados nas relações de ensino-aprendizagem presentes em seu contexto, pelo que a Resolução de Problemas vem na tentativa de proporcionar uma metodologia activa e diferenciada para o Ensino da Matemática.

A resolução de problemas deve ser o coração do processo de ensino-aprendizagem da matemática, e é, efectivamente, na resolução de problemas que

se fundamenta a finalidade da actividade matemática, tal como consideram Allevato e Onuchic (2014) que “o coração” da actividade matemática, a resolução de problemas, tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos e, reciprocamente, novos conhecimentos proporcionam a resolução de intrigantes e importantes problemas.

Resolver problemas é uma das actividades mais destacadas na Matemática. E segundo o National Council of Supervisors of Mathematics dos Estados Unidos(NCSM), “aprender a resolver os problemas é a principal razão para estudar matemática” (NCSM, 1977, p.1). E esta ideia foi também levada em consideração, e debatida em 1980, em uma agenda de acção do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), onde se afirmava que: “A resolução de problemas deve ser o foco central do currículo de matemática”(NCTM, 1980). Portanto, esta posição deu início ao movimento de resolução de problemas em Matemática escolar nos Estados Unidos e em todo o mundo.

Vale assinalar que é de suma importância o professor de matemática distinguir a resolução de exercícios e a resolução de problemas matemáticos. Portanto, está-se perante a resolução de um exercício matemático quando uma situação requer a aplicação de determinado algoritmo, procedimento já conhecido para a solução da mesma, e se reduz apenas a explicar a aplicação de um procedimento específico. Ao passo que, um problema matemático é uma actividade matemática para a qual a pessoa que a enfrenta não conhece um procedimento que lhe conduza para a solução, mas que tem interesse em resolvê-lo, o encara como um desafio e sente que o pode resolver.

Segundo Vale, et al. (2015), muitas recomendações que apontam para a atribuição de um papel de destaque no currículo à resolução de problemas, são tão válidas hoje como eram então. Na verdade, o que tem mudado ao longo das décadas, segundo a autora, são as perspectivas de abordagem à resolução de problemas, e não a discussão sobre o seu valor.

O ensino-aprendizagem baseado na resolução de problemas é uma metodologia centrada na aprendizagem, na investigação e reflexão; uma metodologia de auto-aprendizagem, uma vez que o aluno reconhece diante de uma situação problemática suas necessidades de aprendizagem e também uma

estratégia educativa que resulta na melhoria do processo de ensino-aprendizagem, que permite que o aluno desenvolva o raciocínio e juízo crítico.

Nesta mesma sequência de ideias, Haidt (1999, p. 75) ressalta que, "para que haja uma aprendizagem efectiva e duradoura, é preciso que existam propósitos definidos e auto-actividade reflexiva dos alunos".

Esta metodologia, de ensino da matemática, pode ser usada como estratégia geral ao longo de um plano de estudo, ou como uma técnica didáctica para o alcance de certos objectivos de aprendizagem.

Diante disso, Dante (2000) considera a metodologia da Resolução de Problemas como o melhor caminho para desenvolver no aluno um pensamento produtivo. Segundo o autor, ensinar a resolver problemas é uma tarefa bem mais difícil que ensinar um conteúdo ou um conceito matemático. É uma maneira de ensino que requer do aluno variáveis de pensamento produtivo que oportunizam sua presente acção em todo processo, com incentivo e acompanhamento do professor.

Ainda assevera o autor que "o real prazer de estudar matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a satisfação em resolvê-lo". Os problemas incentivam os alunos e possibilitam a eles um real envolvimento com a matemática. É motivacional, uma vez que proporcionam aos alunos a auto superação (Dante, 2000, p. 49).

Ainda continua dizendo o autor;

mais do que nunca, precisamos de pessoas ativas e participantes, que deverão tomar decisões rápidas e, tanto quanto possível e precisas. Assim, é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária. E, para isso, é preciso que a criança tenha, em seu currículo de matemática elementar, a resolução de problemas como parte substancial, para que desenvolva desde cedo sua capacidade de enfrentar situações-problema (Dante, 2000, p. 15).

No processo de ensino-aprendizagem da matemática baseado em problemas, primeiro se apresenta o problema, se identificam as necessidades de aprendizagem, se busca a informação necessária e, num processo dialéctico desenvolvidor, se regressa ao problema.

No entanto, sabe-se que resolver problemas nem sempre é uma tarefa fácil para os alunos, e até mesmo para muitos professores de matemática. A utilização de problemas, como critério de ensino-aprendizagem e avaliação da matemática, é encontrada, em geral, nos livros ou textos didáticos. Nesse caso, é necessário partir do simples para ter acesso ao complexo; e os problemas complexos devem ser visualizados como um conjunto de partes simples.

Ao adoptar a Resolução de Problemas como eixo organizador do processo de ensino-aprendizagem da matemática, alguns autores, como Van de Walle (2001), destacam o entusiasmo que certos alunos desenvolvem a partir do desafio proporcionado pelos problemas ou mesmo pelo desenvolvimento da capacidade de compreensão que experimentam por meio de seus próprios raciocínios.

Smole (2010) trata da importância da superação do obstáculo pelo resolvidor de um problema. A autora, assim como Dante (2000) e os PCN (Brasil, 1997), ressalta que problema não é uma situação focada em encontrar uma resposta de forma rápida, mas o cerne deve estar nas decisões a serem tomadas na tentativa de alcançar o objectivo previamente definido pelo próprio resolvidor do problema, ou mesmo um objectivo que lhe foi proposto. Esse processo é que vai apresentar o envolvimento, a interacção e o quanto o aluno se sente desafiado perante a situação-problema proposta.

A estratégia de resolução de problemas, no ensino da matemática, estimula o pensamento crítico-reflexivo do aluno, e lhe dá autonomia de persistência face aos desafios que a vida dentro e fora da escola lhe proporciona, tal como afirma Smole:

Essa estratégia está centrada na ideia de superação de obstáculo pelo resolvidor, devendo, portanto, não ser de resolução imediata pela aplicação de uma operação ou fórmula conhecida, mas oferecer uma resistência suficiente, que leve o resolvidor a mobilizar seus conhecimentos anteriores disponíveis, bem como suas representações, e seu questionamento para a elaboração de novas ideias e de caminhos que visem a solucionar os desafios estabelecidos pela situação problematizadora, gerando então novas aprendizagens e formas de pensar (Smole, 2010, p. 12).

Reflectir sobre a relação de ensino-aprendizagem na escola e trazer a Resolução de Problemas para esse contexto é também identificar a própria aula como um espaço de problematização (Smole, 2010).

Os alunos, com isso, deparam-se com constantes desafios e inquietações por meio dos quais formulam ideias, fazem testes, criam hipóteses, pensam criticamente a partir de experiências bem sucedidas, reflectem a partir das experiências que não obtiveram êxito, formulam argumentações, socializam com os colegas de turma resultados e caminhos percorridos, bem como promovem discussões a respeito do problema. Enfim, requer que o aluno promova um processo de investigação científica a respeito daquilo que está sendo resolvido, aprendendo e valorizando sempre o espírito de investigação (Santos, 2008).

Flemming, at. al. (2005) assinala que, ao trabalhar em sala de aula, o professor desenvolve a ideia errada de que todos os problemas possuem única solução, pois no momento em que se trabalha problemas que envolvem várias soluções, podemos explorar mais os conteúdos e estabelecer diferentes interpretações e soluções para os mesmos. Diante disso, Pozo adverte que;

é preciso tornar os alunos pessoas capazes de enfrentar situações e contextos variáveis, que exijam deles a aprendizagem de novos conhecimentos e habilidades. [...] um dos veículos mais acessíveis para levar os alunos a aprender a aprender é a resolução de problemas (Pozo, 1998, p. 9).

E segundo English, at al.(2008), o avanço no ensino e aprendizagem da resolução de problemas exige uma clarificação da relação entre o desenvolvimento da compreensão dos conceitos matemáticos e o desenvolvimento das competências em resolução de problemas, pois quando se conseguirem clarificar estas relações, poder-se-ão dar indicações mais consistentes e precisas ao nível de desenvolvimento curricular e das práticas de sala de aula, de modo que se possa utilizar a resolução de problemas como um meio poderoso para desenvolver conceitos matemáticos substantivos.

Ao se trabalhar com a Resolução de Problemas, o professor precisa se afastar de um modelo puramente tradicional de educação, onde o mesmo é considerado o detentor de todo o conhecimento, enquanto o aluno é vazio e sem conteúdo (Braga, 2020). Portanto, a resolução de problemas no ensino da matemática, é uma proposta que visa capacitar o aluno a interpretar situações diversas, e levá-lo a encontrar o resultado, pois;

[...] o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há

problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. (Brasil, 1997, p.32).

Através da utilização de situações-problema em sala de aula, o professor faz com que o aluno pense produtivamente, desenvolva o raciocínio lógico, para além de oportunizar o envolvimento com a Matemática.

Ainda no âmbito da Resolução de Problemas como ponto de partida e de chegada no processo de ensino-aprendizagem da matemática, George Pólya, traz uma reflexões a respeito do papel do professor nas relações de ensino e aprendizagem no trabalho dessa metodologia. Em 1995, George Pólya publicou dez regras que julga necessárias para a prática docente na aula de Matemática, tal como se apresentam a seguir:

1. Tenha interesse por sua matéria;
2. Conheça sua matéria;
3. Procure ler o semblante dos seus alunos; procure descobrir as suas expectativas e as suas dificuldades; ponha-se no lugar deles;
4. Compreenda que a melhor maneira de aprender alguma coisa é descobri-la você mesmo;
5. Dê aos seus alunos não apenas informação, mas know-how, atitudes mentais, o hábito de trabalho metódico;
6. Faça-os aprender a dar palpites;
7. Faça-os aprender a demonstrar;
8. Busque, no problema que está abordando, aspectos que poderão ser úteis nos problemas que virão - procure descobrir o modelo geral que está por trás da presente situação concreta;
9. Não desvende o segredo de uma vez (deixe os alunos darem palpites antes), na medida do possível, deixe-os descobrir por si próprios;
10. Sugira, mas não os faça engolir à força.

Portanto, a reflexão sobre o Ensino da Matemática é de suma relevância para o professor, e deve fazer parte de suas actividades em todo o seu tempo de trabalho. A Resolução de Problemas dentro desse contexto do Ensino da Matemática, adoptada como um dos caminhos de se fazer matemática na sala de

aula, requer do professor uma análise das variáveis envolvidas nesse processo (aluno, professor e saber matemático) e das relações existentes entre elas.

Ora, um dos desafios encontrados no trabalho com a Resolução de Problemas está no próprio enunciado do problema, o que faz com que, por vezes, seja necessário realizar adaptações e releituras dos enunciados a fim de eliminar ambiguidades e possíveis erros. Nessa questão, adverte Braga (2020), que o professor precisa ter cuidado para que o aluno não se torne dependente da leitura e da interpretação do professor. O problema não pode ser ambíguo; sua linguagem precisa estar em consonância com o nível de escolaridade dos alunos, e necessita ser claro o suficiente para que o discente desempenhe de forma mais independente possível sua interpretação. Tem-se, com isso, “a necessidade de os professores desenvolverem uma compreensão sólida e flexível do terreno matemático que seus alunos irão atravessar” (stein; et al., 2003, p. 256).

Outro desafio, segundo Braga (2020), é a dificuldade que muitos alunos têm na leitura e compreensão do enunciado de um problema. Às vezes, os obstáculos nem são os conceitos matemáticos em si, mas a falta de interpretação do problema. O professor, ao mediar esse processo, esclarecendo o enunciado para o aluno ou mesmo somente lendo em voz alta o problema para ele, percebe que as ideias de caminhos a tomar, na tentativa de solucionar a situação-problema, começam a ganhar corpo e a apresentar-se de forma mais consistente por parte dos alunos. Assim sendo, refere Cagliari;

o aluno muitas vezes não resolve o problema de matemática, não porque não saiba matemática, mas porque não sabe ler o enunciado do problema. Ele sabe somar, dividir etc., mas ao ler um problema não sabe o que fazer com os números e a relação destes com a realidade a que se referem. Não adianta dizer que o aluno não sabe nem sequer somar ou dividir números que não apresentam dificuldades, que ele não entende matemática... Porque de facto ele não entende mesmo é o português que lê. Não foi treinado para ler números, relações quantitativas, problemas de matemática. O professor de língua portuguesa não ensina isso porque diz que é obrigação do professor de matemática, e o professor de matemática ou não desconfia do problema ou, quando muito, acha que ler e compreender um texto é um problema que o professor de língua portuguesa deve resolver na educação das crianças. Mas a escola cobra que ela saiba isso e se vire com perfeições e rapidez (Cagliari, 2010, p. 130).

Nesta conformidade, Proença (2018) chama atenção de que, antes de apontarmos indicações ao ensino na abordagem da resolução de problemas, é importante nos situarmos em dois princípios teóricos: o do termo “problema” e do processo de resolução de problemas. Diz concordar com Schoenfeld (1985) ao indicar que um “problema”:

[...] não é uma propriedade inerente de uma tarefa matemática. Antes, é uma relação particular entre o indivíduo e a tarefa que faz da tarefa um problema para ele. A palavra problema é usada aqui nesse sentido relativo, como uma tarefa que é difícil ao indivíduo que tenta resolvê-la. Além disso, essa dificuldade seria antes um impasse intelectual do que uma dificuldade de cálculo. Para dizer formalmente, se uma pessoa acessa um esquema de solução para uma tarefa matemática, essa tarefa é um exercício e não um problema. (Schoenfeld, 1985, p. 74).

Entretanto, ensinar, a partir de situações-problema, para resolver problema da vida cotidiana, é a palavra de ordem para uma aprendizagem matemática que se queira significativa e duradoura. Esta perspectiva metodológica leva o aluno a compreender a componente histórica e a componente prática da matemática em geral, e do conteúdo matemático que se lhe está sendo ensinado no momento, em particular.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A História da Matemática mostra que a matemática é o produto da humanidade, pois ela surgiu e vem se desenvolvendo na busca de soluções das necessidades existenciais da humanidade.

E essas necessidades existenciais surgem em forma de problemas, cuja via de solução, de ante-mão, não se sabe. Mas, ao se procurar contornar esses problemas, foram-se encontrando mecanismos para a sua resolução. Esta é a essência da origem do saber matemático.

O ensino e aprendizagem da matemática deve estar impregnado de significados, tanto para quem ensina, como para quem aprende. Por isso, é fundamental, no processo de ensino-aprendizagem, submeter os alunos em situações que os desafiam, a fim de entrarem num choque cognitivo e, na sequência, aprenderem a construir o saber matemático desajado de forma significativa.

A resolução de problemas é o fundamento do ensino e aprendizagem da matemática. É da resolução de problemas que deriva o sentido e o significado da matemática para os alunos. Por isso, a ausência de significado, na matemática acadêmica, tem sido a fonte de tanto fracasso nesta disciplina.

Para além dos alunos encontrarem sentido da matemática na resolução de problemas, é da resolução de problemas que advém o interesse dos alunos para o estudo da matemática, o desenvolvimento do pensamento crítico, reflexivo e criativo, e, quiçá, torna claro o valor utilitário da matemática.

. Portanto, os problemas matemáticos têm, também, um pendor motivacional na aprendizagem da matemática. Daí, a clara evidência do valor didático da resolução de problemas no ensino da matemática.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Allevato, N. S. G. (2005). *Associando o computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma experiência*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) (2005) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Allevato, N. S. G.; Onuchic, L. D. L. R. (2014). *Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de problemas. Resolução de Problemas: teoria e prática*. Judiaí: Paco editora, n. 35.

Alvarenga, D.; VALE, I.(2007). *A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico*. Quadrante, Portugal, v. 16, n. 1, pp. 27 -55.

Andrade, S. (1998). *Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas*. Dissertação (Mestrado) (1998) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Barbosa, A.; Pimente, T.; Vale, I. (2015). *Ensinar com resolução de problemas*. Quadrante, Vol. XXIV, n. 2.

Braga, E. S. O. (2020). *Resolução de problemas no ensino da matemática: Algumas considerações*. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 11, n. 1.

Brasil (1997). *Ministério da Educação Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Ministério da Educação. Brasília: SMT/MEC. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 05 Jun. 2023.

- Cagliari, L. C. (2010). *Alfabetização e Linguística*. São Paulo: Scipione.
- Cavalcanti, L. B.; Branco, J. C.; Santos, L. M. S. (2011). *Arte de Resolver Problemas*. V Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade, UNICAMP.
- Charnay, R. (1996). *Aprendendo (com) a resolução de problemas*. In: PARRA, C. (org.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas. pp. 36-47.
- Costa, M. S.; Alleinato, N. S. G. (2010). *Construindo uma nova metodologia de Ensino/Aprendizagem-Avaliação nos anos finais do Ensino Fundamental através da resolução de problemas de Geometria*. In: X ENEM (2010) - X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador. Anais do X ENEM. Recife/PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v. Único. pp. 1-9.
- D'ambrósio, B. S. (1993). *Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio*. Pro-Posições, Campinas, v. 4, n. 1, pp. 35-41.
- Dante, L. R. (2000). *Didática da resolução de problemas de matemática*. São Paulo: Ática.
- DEMO, P. (2015). *Educação e qualidade*. Campinas, SP: Papirus.
- Englis, L.; Lesh, R. & Fennewald, T. (2008). Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development. In. M. Santos-Trigo & Y. Shimizu (Eds.), ICME, Topic Study Group 10, Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education, pp. 46-58.
- Haidt, R.C.C. (2002). *Curso de didática geral*. 7 ed. São Paulo: Editora Ática.
- LESTER, F. (2012). *Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno?* Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, n. 60, pp. 147-162.
- Lins, R. C. (1994). Epistemologia e Matemática. *Bolema*, Rio Claro – SP, v. 9, n. ESPECIAL 3.
- Lorenzato, S.; Vila, M. do C. (1993). Século XXI: qual matemática é recomendável?. *Zetetiké*, Campinas, v. 1, n. 1, pp. 41-50.
- Lupinacci, M. L. V.; Botin, M. L. M. (2004). *Resolução de problemas no ensino de matemática*. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, pp. 1-5.
- Minayo, M. C. S. (2009). *O desafio da pesquisa social*. In: MINAYO, M. C. S. (Org.). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. 28. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, n. 1, pp. 9-30.
- Moysés, L. (2010). *Aplicações de Vygotsky à educação matemática*. 10. ed. Campinas, SP: Papirus.
- National Council of Supervisors of Mathematics (1977). *Position paper on basic mathematical skills*. Golden, CO: NCSM.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston VA: NCTM.

Nunes, C.B. (2010). O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática.

Onuchic, L. R. (1999). *Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas*. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: Editora UNESP. n.12, pp.199-220.

Pólya, G. (1995). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência.

Pólya, G.(1945). *How to Solve it: a New Aspect of Mathematical Method*. 1 ed. Stanford University.

Pozo, J. I.; Echeverría, M. D. P. P. (1998). *Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender*. In: Pozo, Juan Ignacio. *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver a aprender*. Porto Alegre: Artmed.

Proença, M. C. de (2018). *Educação Matemática e Pesquisa*. São Paulo, v.20, n.1, pp. 496-517.

Raigorodskii, A. M. (2004). *The Borsuk partition problem: the seventieth anniversary*. *The mathematical intelligencer*, vol. 26, n. 3, pp. 4-12.

Santos, V. C. P. (2008). *Matlhlets: Possibilidades e Potencialidades para uma Abordagem Dinâmica e Questionado no Ensino da Matemática*. Disponível em: <http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/02%20victor%20paixao.pdf> em: 10 jun. 2023.

SCHOENFELD, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

Schroeder, T. L.; Lester jr, F. K. (1989). *Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving*. In: Trafton, P. R.; Shulte, A. P. (Ed.). *New Directions for Elementary School Mathematics*. Reston: NCTM, p. 31-42.

Smole, K. S. (2017). *Resolução de Problemas e Pensamento Matemático*. 2010. Disponível em: [http://www.edicoessm.com.br/sm\\_resources\\_center/somos\\_mestres/formacao-reflexao/af-revistavj-2010.pdf](http://www.edicoessm.com.br/sm_resources_center/somos_mestres/formacao-reflexao/af-revistavj-2010.pdf). Acesso em: 03 jul. 2023.

Soares, M. T. C.; Pinto, N. B. (2001). *Metodologia da resolução de Problemas*. 24ª Reunião Anual da ANPED, Caxambu, MG.

Stein, M. K.; Boaler, J.; Silver, E. A. (2003). *Teaching Mathematics through Problem Solving: Research Perspectives*. In: Schoen, H. L. (Ed.). *Teaching Mathematics through Problem Solving: Grades 6-12*. Reston, VA: NCTM, pp. 245–256.

Tecnologias (1998). *Ministério da Educação*. Brasília: SMT/MEC. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 09 Julho. 2023.