

Noção empírica de chance revelada pelas estratégias de ganhar nos jogos de dados, para a abordagem do conceito formal de probabilidades na aula.

Autor: Sérgio Afonso Mulema

Licenciado em Ensino de Matemática pela Universidade Pedagógica de Moçambique e, estudante do curso de Mestrado em Estatística pela Universidade Pedagógica de Moçambique em cooperação com a Universidade Complutense de Madrid

CAPITULO I

I.INTRODUÇÃO

Geralmente, os conceitos Matemáticos aprendidos na escola têm alguma relação com as actividades quotidianas do homem. Pois, o que se aprende na sala de aulas não constitui ilações de um mundo imaginário, mas sim, uma interpretação científica daquilo que se faz na sociedade. Sendo assim, não se pode negar que em tudo que o homem faz está patente algum desses conceitos, seja para tomada de decisões ou para execução de suas tarefas.

Existem em Matemática certos conceitos que exprimem acontecimentos incertos, isto é, àqueles que não nos dão a certeza da sua ocorrência. Estes são designados por conceitos probabilísticos. O homem, mesmo sem se aperceber, auxilia-se desses conceitos para resolver algumas das suas inquietações. Como é o caso de, por exemplo, a especulação que se faz na chance de ganhar ou perder num jogo de dados, na possibilidade de ser admitido para um emprego com todos os requisitos necessários ou mesmo na possibilidade de chover enquanto o céu estiver coberto de nuvens.

É óbvio que o homem produz dentro de si várias expectativas como estas, para que de certo modo, tire proveito da situação em que se encontra. Para o último caso por exemplo, se um indivíduo produz expectativas de chover e ele pretende sair para a rua, é claro que este levará consigo um guarda-chuva, de modo a proteger-se da situação que provavelmente ocorrerá.

Os três exemplos dados anteriormente estão munidos de conceitos aleatórios/incertos, mas apesar dessa incerteza, é importante que saibamos a chance que temos para que se efectue o que prevemos.

Em especial, para o jogo de dados, apesar do facto de ganhar ou perder ser dependente da nossa “sorte”, é muito importante que o jogador saiba a chance que tem de ganhar ou na possibilidade de perder numa partida, pois, isso poderá de alguma forma ser um dos factores fortes na tomada de decisão no que diz respeito ao participar ou não em certas partidas de jogo de dados.

I.1.Descrição do jogo de dados

Dado (refere-se à dado clássico) é um objecto de forma cúbica que em cada face apresenta uma certa quantidade de pontinhos que varia de um a seis e nenhuma face tem a mesma quantidade de pontinhos com outra, isto é, há uma face com 1 pontinho, outra com 2 pontinhos, ..., e a última com 6 pontinhos. Os dados actuais são feitos de material de borracha dura para facilitar o deslizamento que este descreve no decurso do jogo.

Jogo de dados, refere-se ao entretenimento que consiste na agitação de uma certa quantidade de dados num copo, e que de seguida são lançados numa mesa, com objectivo de verificar as faces voltadas para cima caracterizadas pelo número de pontinhos que estas possuem.

O jogo de dados é praticado em vários locais e por pessoas de diferentes culturas e, em cada um desses locais este é implementado de formas diferentes, ou seja, para a prática deste jogo não se tem seguido um padrão único, mas sim de acordo com o entendimento de um certo grupo social.

As opções do jogo, no que diz respeito à quantidade de dados a usar e nas regras implantadas para ganhar/perder dependem também de cada grupo de indivíduos praticantes deste desporto.

Na cidade de Chimoio por exemplo, mais concretamente, no Sports Clube daquela cidade, é frequente a prática de jogo de dados. O jogo de dados naquele local é efectuado de várias formas, uma delas é a prática de jogo com 5 dados, onde só ganha aquele que, tendo lançado os 5 dados, consiga obter faces voltadas para cima com maior quantidade possível de pontinhos que no lançamento efectuado pelo seu adversário. Por vezes é efectuado este jogo naquele recinto com apenas dois dados, onde duas pessoas fazem o universo dos participantes no jogo e uma das regras frequentes para este caso é: um dos jogadores ganha se, depois de ter lançado ambos os dados, verificar-se em cada dado uma quantidade par de pontinhos nas faces voltadas para cima e, outro só ganha

se, depois de ter lançado os dados, cada um destes tiver um número ímpar de pontinhos nas faces voltadas para cima.

1.1.Problematização

Nem sempre os participantes nos jogos de dados são indivíduos escolarizados, ou simplesmente, munidos de conhecimentos científicos para justificar a sua tomada de decisão no jogo.

É notório que os principiantes nestes jogos preocupam-se apenas pelo factor “sorte” ou “azar” como sendo conceitos únicos que ditam o resultado do jogo. Mas, com tempo estes jogadores vão adquirindo certas experiências ou mesmo talento no jogo de dados. Nesta fase é provável que eles não se apeguem apenas pela sorte ou azar, mas também nas estratégias a usar no jogo para que saiam vitoriosos.

Por exemplo: Um jogo observado no Sports Club de Chimoio, em Novembro de 2009, entre João e Francisco que consistia no lançamento de dois dados, estava imposta a seguinte regra:

— João ganha, se cada um dos dois dados apresentar uma quantidade ímpar de pontinhos, isto é, (1,1); (1,3); (1,5); (3,1); (3,3); (3,5); (5,1); (5,3); (5,5), nas faces voltadas para cima.

— Francisco ganha, se cada um dos dois dados apresentar uma quantidade par de pontinhos, isto é, (2,2); (2,4); (2,6); (4,2); (4,4); (4,6); (6,2); (6,4); (6,6), nas faces voltadas para cima.

Depois de 30 lançamentos (como haviam combinado), Francisco venceu a partida, por ter ganho em 18 lançamentos. Fazendo uma análise sobre a regra implantada para o jogo, constatou-se que esta oferece a mesma chance de ganhar, isto é, a regra do jogo não é tendenciosa. Portanto, o estabelecimento desta regra não tendenciosa, revela por si uma noção intuitiva de probabilidade.

Houve necessidade de conversar com o Francisco (o vencedor da partida) para saber que estratégia usou para vencer a partida, onde este respondeu o seguinte:

— é claro que se a agitação e o lançamento dos dados for feito de qualquer maneira só temos que depender da nossa sorte, quem for mais sorteado ganha o jogo, porque o jogo

dá-nos a mesma oportunidade de ganhar, mas para que a vitória seja minha, uso a seguinte estratégia:

Ao colocar os dois dados no copo, tento fazê-lo de modo que estes tenham faces com a mesmas características viradas para cima, isto é, ou os dois dados com número par de pontinhos em cada faces voltada para cima ou com números ímpar de pontinhos em cada faces voltada para cima, de seguida agito-os de maneira que estes se movimentem na mesma posição e lanço-os também com uma estratégia de que estes façam o mesmo movimento, portanto se tudo correr bem, espero que cada um dos dados tenha quantidade ímpar ou par de pontinhos, excluindo a terceira possibilidade.

É importante realçar que Francisco era estudante da 9ª classe e que nunca teve oportunidades de participar em aulas onde foram abordados formalmente os conceitos probabilísticos, mas pela explicação da estratégia usada por ele para vencer nos jogos de dados, dão-nos a consciência de que este possui alguma noção intuitiva de probabilidade, pois, depois de ter analisado a sua resposta, se tudo correr bem como ele dizia, havia indícios de que a chance deste ganhar o jogo fosse maior (haveria um aumento quantitativo de chance) do que chance do seu adversário que humildemente lançava os dados de qualquer maneira.

Tendo em conta o nível académico do Francisco, percebe-se que este usava um conhecimento empírico de probabilidade mas que o beneficiava de forma significativa nas suas partidas a realizar no jogo de dados. Sendo assim, questiona-se:

De que forma a noção de chance revelada pelas estratégias de ganhar nos jogos de dados, pode ser usado para a abordagem do conceito formal de probabilidades na aula?

Creio que o jogo de dados é um entretenimento praticado por inúmeras pessoas de regiões e culturas diferentes e, que cada um desses grupos efectua o jogo segundo regras do seu entendimento, como foi dito anteriormente. Assim, fazer um estudo científico sobre este jogo por toda sua complexidade poderia tornar a análise muito ambígua; sendo assim, o presente trabalho limitar-se-á apenas no estudo de jogo de dados, com dois participantes e que as regras de ganhar/perder implantadas são concernentes em:

- Um jogador só ganha, se cada um dos dois dados lançados mostrar um número par de pontinhos nas faces voltadas para cima;
- Outro jogador só ganha, se cada um dos dois dados lançados mostrar um número ímpar de pontinhos nas faces voltadas para cima.
- Se um jogador efectua um lançamento e não ganha, não implica exactamente uma pontuação do seu adversário.

1.2.Objectivos

Na pesquisa pretendia-se alcançar principalmente o seguinte:

1.2.1. Objectivo Geral

- Comparar a noção intuitiva de chance que os jogadores de dados têm com a noção formal de probabilidades, de modo que tal noção de chance aplicada nas estratégias de ganhar pelos jogadores de dados seja útil na abordagem para a construção dos conceitos probabilísticos formais na aula.

Mas, também:

1.2.2 Objectivos Específicos

- Averiguar o grau de consciência dos jogadores de dados, revelada pelas suas estratégias para a chance de ganhar, em relação a noção formal de probabilidades;
- Avaliar a relação entre a noção intuitiva de probabilidade interpretada pela noção de chance e/ou aumento de chance, e o conceito formal de probabilidades;
- Analisar até que ponto o jogo de dados pode contribuir para a aprendizagem significativa da teoria básica de probabilidades pelos alunos (aprendizes da teoria de probabilidades).

1.3. Hipótese

Uma resposta prévia que se pode dar a questão acima levantada é:

A noção empírica de chance que o jogador de dados possui, é tão próxima à noção formal dos conceitos probabilísticos, então, a criação de métodos de ensino/aprendizagem que relacionam os conceitos probabilísticos empíricos aplicados pelos jogadores de dados nas suas estratégias de jogo e os conceitos probabilísticos formais, tornará a aprendizagem da teoria de probabilidades mais significativa e mais sólida.

CAPITULO II

II. Justificativa e Procedimentos Metodológicos

II.1. Justificativa

O jogo de dados é um entretenimento efectuado em muitas regiões da sociedade moçambicana, sobretudo nas cidades. Assim como o baralho de cartas, o jogo de dados tem suas particularidades e atrai muitos indivíduos.

Bem, é certo que quando se efectua qualquer jogo há sempre, por parte do participante, uma preocupação na elaboração de estratégias a usar para que saia vitorioso dessa partida. Os jogadores de dados não fogem esta regra.

Ora, apesar de serem implantadas regras no jogo de dados, que não prejudique a nenhum dos participantes (regras que dão a mesma possibilidade de ganhar/perder), de acordo com o seu talento, cada jogador procura encontrar formas legítimas (sobre seu entendimento) de que a vitória esteja mais próxima a ele. Nessa procura de “aumento de chance”, mesmo sem se aperceber cria-se *uma noção intuitiva de probabilidade, que poderá servir como alicerce na introdução dos conceitos probabilísticos formais na escola.*

Há indícios de que a teoria de probabilidades aprendida hoje nas escolas teve origem em jogos. Matemáticos como Pascal, Fermat e Laplace, reflectindo sobre jogos de apostas, estabeleceram as bases da moderna teoria de probabilidades.

Dentre esses jogos de apostas, o de dados fazia parte; sendo assim, não há dúvidas de que seja pertinente estudar probabilidades a partir de dados, quer dizer, partir da proveniência.

II.2.Procedimentos Metodológicos

Para avançar com a pesquisa, o autor sentiu-se obrigado a deslocar-se ao Sports Club de Chimoio para viver de perto, e tirar proveito das realizações de jogo de dados.

Não foi fácil vê-los a jogar, pois as realizações deste entretenimento não tem agenda própria, ou seja, não são divulgadas datas previamente marcadas para a realização de jogos de dados. Mas, como havia um interesse (pelo autor) em viver de perto certas

realizações deste entretenimento, foi possível (com ajuda do Sr. Luy) em 27-29 de Novembro de 2009, realizar-se o torneio de jogo de dados.

Num ambiente amigável e divertido, os jogadores queriam, cada um, mostrar o seu melhor sobre jogo de dados e, preocupados também em mostrar ao pesquisador a essência deste jogo.

Um grupo de 6 indivíduos de idade compreendida entre 18 à 51 anos, fizeram o universo dos jogadores do torneio.

Num sistema de todos contra todos, o torneio teve um total de 15 partidas das quais 5 partidas realizadas em cada dia do torneio. E, cada participante teve oportunidade de efectuar 5 jogos, cada um, com um número diferente de lançamentos, dependendo do combinado entre ambas as partes.

No decurso do jogo a função do pesquisador era de observar as regras implantadas (se tendenciosas ou não) e procurar perceber como cada um dos jogadores interpretava o resultado do jogo (se houve alguma “batota” ou não, e porque que achava que houve tal anomalia).

Depois de ter terminado o jogo, o pesquisador teve uma conversa a sós com cada jogador, onde explorou suas ideias e interpretações de cada jogada que faziam. A essa descrição minuciosa da interpretação das estratégias dos jogadores ao pesquisador e, a tentativa de relacioná-las (as estratégias) por este (o pesquisador) com os conceitos formais aprendidos nas aulas de teoria de probabilidades, deu espaço a uma análise qualitativa.

CAPITULO III

III. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No livro “ O jogo, inteirações e Matemática” de João Rino (2004), estão abordados conceitos muito importantes relacionados ao jogo em geral, que de certa forma, serviram de fundamentos para este trabalho. Dentre estes conceitos importantes, podemos destacar a abordagem feita sobre **jogos e teoria de jogos.**

1) Jogo

*Encarando a perspectiva cultural e social do jogo, própria do ser humano, interessa referir duas características fundamentais do jogo, que o faz ser indispensável tanto na sua capacidade de representação e interacção do real, como na aprendizagem do homem como ser social; o **acaso** e as **regras** (Rino 2004: p.10)*

Sobre o acaso Rino (2004) explica que, é evidente essa característica, se olharmos em redor. Ela aparece nas formas de organização das estruturas vivas, e em diversas formas do comportamento social dos seres humanos.

Sob ponto de vista de Rino (2004) concebe o acaso como sendo um sucesso imperfeito, uma eventualidade, uma ocorrência na qual não se pode prever com certeza.

Quanto as regras, elas aparecem nas leis naturais, nas interacções sociais e nas tomadas de decisões, e são possíveis de aprendizagem (ao contrario do acaso, do qual apenas podemos estudar as consequências).

Ora, o jogo de dados (o qual é objecto de estudo deste trabalho) concebe indispensavelmente estas duas características, visto que, o resultado da actividade de lançar dados e verificar o número de pontinhos nas faces voltadas para cima é incerta e, o grau de incerteza depende do acaso. De outro lado, quanto às regras, é claro que o jogo de dados é um entretenimento regulado de regras (para ganhar ou perder) que aparecem na interacção entre os jogadores.

Além destas duas características fundamentais, Rino, afirma ainda que: “*ao analisa-se um jogo a perspectiva que se toma implica uma classificação e caracterizações diferentes e uma análise diferenciada para duas questões fundamentais*”:

— *Qual é o objectivo do jogo?*

— *Qual deve ser o comportamento dos jogadores?*

Mais especialmente, segundo Rino o jogo, no sentido de actividade intelectual organizada, com regras, com ganhos e perdas para os jogadores, analisando mais na forma e nas regras, pode ser estruturado tendo em conta parâmetros como:

- 1) A informação de cada jogador em cada jogada;
- 2) O número de jogadores;
- 3) Se é finito ou infinito;
- 4) Se depende ou não do acaso;
- 5) A igualdade de regras ou não para cada jogador;
- 6) A total ausência ou não de cooperação entre os jogadores;
- 7) O maior ou menor número de jogadores perante cada jogada.

Os itens apresentados acima servem como reguladores de grande parte de jogos. No jogo de dados é também importante que isso se verifique, incidindo mais ao item 5, o jogador de dados deve preocupar-se em saber se as regras implantadas no jogo (para ganhar ou perder) são justas ou não para ambas as partes intervenientes. Por exemplo, o presente trabalho refere-se ao jogo com dois dados e dois jogadores, onde um ganha se cada um dos dados tiver uma quantidade par de pontinhos nas faces voltadas para cima e outro só ganha se cada um dos dados tiver uma quantidade impar de pontinhos nas faces voltadas para cima.

Como os dados são iguais, e cada um apresenta igual número de faces com quantidades par e impar de pontinhos, então pode-se dizer que a regra implantada para estes jogadores não é tendenciosa (dá a mesma probabilidade de ganhar)

Quanto ao quarto item, é uma questão que parece clara a qualquer jogador de dados, pois, cabe a cada jogador de dados perceber que este jogo depende fortemente do acaso. Pode ser que tais jogadores não interpretem o acaso formalmente, mas é evidente que existe um conceito semelhante a este dentro de cada jogador (sorte ou azar).

2) Teoria de Jogos

Um outro aspecto de grande importância, abordado por João Rino, no livro anunciado anteriormente é o conceito de **teoria de jogos**.

*Uma forma de abordagem centrada no jogo, cada vez mais desenvolvida, é aquela que deu origem a **teoria de jogos**, tendo fundo estudos matemáticos Rino (2004: p.11)*

Na teoria de jogos, um conceito fundamental é o conceito de **estratégia**, entendendo esta como “*uma descrição completa de como uma pessoa deverá agir sob quaisquer circunstâncias possíveis*”(Davis, citado por Rino, p. 11).

Na visão de Davis, segundo Rino, para que se defina uma estratégia é necessário que:

- a informação de cada jogador perante cada jogada seja completa;
- o jogo seja finito, isto é, o número de alternativas a analisar seja limitado e o jogo acabe após um número finito de lances;
- cada jogador saiba em que medida é que os seus interesses (para ganhar) se opõem aos dos outros jogadores.

Em teoria, se um jogador tem estes conhecimentos, ele pode, depois de estudar todas as possibilidades, tomar uma decisão, definir uma estratégia, independentemente daquilo que o outro jogador planejar fazer. É o que se pode constatar no jogo de dados, em que cada jogador pode a partir duma jogada concreta já efectuada analisar se pode ganhar (pré-estabelecendo uma sequência de jogadas) ou perder, tomando em conta que o lançamento de tais dados é um número finito de vezes segundo a regra pré-estabelecida.

Sabe-se no entanto que, a actividade de lançar dados sobre uma mesa e verificar a quantidade de pontinhos representados nas faces de cada dado, é uma tarefa que não se pode esperar com certeza o resultado desejado, isto é, é uma actividade composta de um grau de incerteza, na qual a sorte e o azar são conceitos mais evocados. Mas, as palavras que dão resposta às seguintes

perguntas:

- *Como lançar dados de modo que...?*
- *Quando lançar dados para que...?*

são promotoras da criação de uma maneira específica de jogar a que chamamos de **estratégia do jogo**, de modo que o resultado do jogo o seja favorável. Portanto, é a aplicação de uma estratégia melhor que a do adversário que faz com que um indivíduo vença numa partida de jogo de dados e não apenas pela sorte do jogador.

Em geral, quanto às estratégias a usar num jogo, Rino apresenta duas classificações: **Jogos de informação perfeita e imperfeita.**

Afirma o autor que, nos jogos de informação perfeita parte-se do pressuposto que cada jogador:

- a) pode racionalmente conceber de forma completa as suas possibilidades;
- b) possui informação completa sobre vantagens e desvantagens de cada escolha;
- c) tem indicador de utilidade, um valor para o ganho ou perda.

O jogo de dados, é um jogo de informação perfeita, visto que os jogadores de dados devem ter conhecimentos de todos itens acima destacados.

Nos jogos de informação imperfeita cada participante, em cada momento, não tem a possibilidade de conhecer toda a informação para fazer uma determinada escolha, pois, isso depende da escolha do adversário, exemplo, o baralho de cartas.

Sendo o jogo de dados de informação perfeita, é suficiente a elaboração e aplicação de uma só estratégia em toda a partida, onde o indivíduo deve apenas preocupar-se na implementação correcta da estratégia elaborada.

Um outro aspecto importante destacado por Rino, é o conceito de jogos finitos e infinitos.

Um jogo diz-se finito se o número de alternativas a analisar é limitado e se termina depois de um número determinado, finito de jogadas; e diz-se infinito se suceder o contrário Rino (2004,p.13).

Pode-se constatar neste caso que o jogo de dados é finito, porque as regras implantadas neste jogo dita o número de lances a efectuar na partida, independentemente dos resultados que os participantes tiverem. Sendo assim, é importante que cada jogador de dados, saiba quantos lances serão efectuados na partida.

CAPITULO IV

IV. APRESENTAÇÃO DO INQUÉRITO E DOS RESULTADOS

IV.1. Questionário dirigido aos jogadores de dados

1. Há quanto tempo joga dados ? Sente-se profissional? Porquê?
2. Porque motivo joga dados?
3. Acha que no jogo de dados usam-se conhecimentos matemáticos?
 - a) Caso afirmativo, diga quais são esses conhecimentos.
4. Que estratégia usa para ganhar uma partida de jogo de dados (com a seguinte regra: uma parte ganha se cada um dos dois dados lançados tiverem números impar de pontinhos, outra ganha se tiver um número par de pontinhos nas faces voltadas para cima)?
5. Acha que o facto de ganhar ou perder numa partida de jogo de dados depende apenas da sorte ou azar de cada jogador? Porque?

IV.2. Justificação da escolha das questões do inquérito

Todas as questões do inquérito foram elaboradas pelo autor deste texto. Na questão 1 se tem em vista obter informações de cada jogador de dados acerca do tempo que pratica este desporto, com objectivo de averiguar se existe alguma relação entre experiência de jogo de dados com os resultados obtidos nas jogadas praticadas por eles.

Na questão 2 pretende-se obter informações acerca da motivação dos jogadores neste desporto; isto porque a motivação é um dos elementos importantes para a prática de qualquer actividade porque o que o aluno tem dentro de si serve de Subsuncor¹ existente na estrutura cognitiva (estrutura hierárquica de conceitos que são representados de experiências sensoriais do indivíduo) do indivíduo (Ausbel apud Moreira, 1999: p.153). Creio que, se os jogadores de dados forem tão motivados poderá implicar a descoberta de vários conceitos que estão por de trás deste jogo, e isto facilitará grandemente a consciencialização e a tomada de decisões correctas para aquisição de estratégias adequadas para ganhar o jogo.

¹ Subsuncor é uma palavra portuguesa, derivada do Inglês, de modo a encontrar uma só palavra que caracterize o que o aluno tem dentro de si. Significa facilitador, ou seja, o elemento que facilita a entrada de novos conceitos na estrutura cognitiva do aluno.

A questão numero 3 foi elaborada com objectivo de obter informações que permitam averiguar se existe alguma consciência por parte dos jogadores de dados na aplicação de algum conceito matemático na actividade que praticam.

A questão 4 visava obter informações que ajudem a averiguar se cada jogador de dados aplica uma ou varias estratégias em partidas realizadas do jogo, ou se o lançamento de dados é feito de

maneira aleatória (tornando o jogo puramente dependente do acaso e da sorte ou azar de cada jogador).

Esta questão é considerada “questão central” da entrevista, porque é a questão que nos leva ao centro desta pesquisa.

A questão número 5 pode eventualmente ser desnecessária em virtude das questões anteriores, mas houve necessidade de fazer uma pergunta directa aos jogadores para que se tenha certeza se eles achavam ou não que os resultados nos jogos de dados dependiam apenas da sorte ou azar de cada jogador.

IV.3. Respostas dadas pelos jogadores de dados no inquérito apresentado

Respostas da pergunta 4.

Através da pergunta 4, os jogadores de dados participantes no torneio acima citado deram informações importantes a cerca das estratégias em uso no jogo de dados, tais estratégias foram designadas por:

Estratégia 1 – Tentativa de manter as faces da mesma característica em cima;

Estratégia 2 – Contrariar a jogada do adversário;

Estratégia 3 – Agitação dos dados com muita força;

Estratégia 4 – Sorte pelo instinto.

A **estratégia 1** é resultante da combinação das estratégias usadas pelos jogadores A e E, por terem princípios similares e ideias que levam a um mesmo fim (apesar de apresentarem comentários diferentes), como mostra abaixo:

Resposta do jogador A: nas partidas do jogo de dados com esta regra de jogo, uso sempre a seguinte estratégia: ao colocar os dois dados no copo, tento fazê-lo de modo que estes tenham cada um faces com as mesmas características voltadas para cima, isto é, ou os dois dados com uma quantidade par de pontinhos nas faces voltadas para cima

ou cada um com uma quantidade ímpar de pontinhos nas faces voltadas para cima., de seguida, agito-os de modo que estes se movimentem na mesma posição e lanço-os também com a mesma tática, de que ambos os dados façam o mesmo movimento. Portanto, se tudo correr bem, espero que cada um dos dados tenha um número par ou ímpar de pontinhos nas faces voltadas para cima, excluindo uma outra possibilidade.

Resposta do jogador E: eu sei que a soma dos pontinhos dos lados opostos dos dados é igual a 7, isto é:

__Se um lado tem 1 pontinho, então o seu lado oposto tem 6 pontinhos;

__Se um lado tem 2 pontinhos, então o seu lado oposto tem 5 pontinhos;

__Se um lado tem 3 pontinhos, então o seu lado oposto tem 4 pontinhos; e vice – versa.

Portanto, um dado tem 3 faces e suas respectivas opostas, isto é, dado tem 6 faces (estes jogadores quando falam de dados, referem-se apenas a dado clássico, o que tem 6 faces). Como se pode notar, na soma de dois números naturais em que o resultado é 7, um desses números é par e o outro é ímpar; sendo assim, podemos afirmar que se uma face de um dado tem um número ímpar de pontinhos, então a sua face oposta tem um número par de pontinhos e vice-versa. Deste modo, quando coloco os dados no copo, tenho sempre o cuidado de verificar a característica das faces voltadas para cima e, conseqüentemente saberei a característica das faces que estão voltadas para baixo (porque são opostas), portanto, a agitação dos dados que efectuo, faço-a de maneira que depois de ter lançado os dados para a mesa, estes apresentem as mesmas faces que estavam voltadas para cima no copo ou as suas opostas (as que estavam voltadas para baixo no copo).

Bem, como este explica acima, se uma face tem um número par de pontinhos é porque a sua oposta tem um número ímpar de pontinhos. Enquanto o jogador E preocupa-se em ter na mesa faces voltadas para cima iguais as que estavam voltadas para cima no copo ou as suas opostas (faces com mesma característica), o jogador A preocupa-se em obter na mesa dados que cada um apresente na face voltadas para cima um número par ou ímpar de pontinhos. E, prestando atenção verifica-se que o pensamento é o mesmo.

A **estratégia 2** é referente a estratégia usada pelo jogador C, veja a seguir como este descreve a sua estratégia:

Resposta do jogador C: não tenho um truque fixo em todos os jogos de dados que realizo, mas a minha forma de jogar depende a do meu adversário, jogo de forma a **contrariar a jogada do meu adversário.**

Por exemplo: se meu adversário efectua um lance e perde, implica que, se o lance fosse meu ganharia, (por exemplo se eu ganho quando cada dado tiver quantidade impar de pontinhos e ele ganha se cada dado tiver quantidades par de pontinhos nas faces voltadas para cima e, no seu lançamento obtiver dados com quantidades impar nas faces voltadas para cima) então quando chega a minha vez de lançar, faço-o tal e qual da forma que ele efectuou seu lançamento. E, se ele for feliz no seu lançamento, tento efectuar um lançamento diferente do que ele efectuou, para que tenha um resultado diferente do que ele teve, porque se no meu lance acontece o mesmo que no lance do meu adversário, enquanto ele venceu, de certeza, pelas regras implantadas eu perderei o lance.

A **estratégia 3** é aplicada pelo jogador B. Esta estratégia está descrita pela resposta dada por este jogador a pergunta 4, como mostra a seguir:

Resposta do jogador B: agito os dados com muita força, de modo que eles se animem no movimento e de seguida lanço-os para mesa e, se a sorte estiver comigo venço o lance.

Os jogadores D e F, aplicam a estratégia 4 que consiste na dependência da sorte e jogar pelo instinto. Esta afirmação pesa em torno das respostas dadas por estes jogadores referente a pergunta 4 e pelas jogadas efectuadas ao longo do torneio de jogo de dados, tais respostas vêm a seguir.

Resposta do jogador D: só jogo, mas não tenho uma forma específica que me dá certeza da minha vitória.

Resposta do jogador F: não tenho necessariamente uma forma específica de jogar dados, a minha forma de jogar depende do instante, do momento e de como meu instinto diz para lançar os dados. Para mim lançar dados na horizontal, na vertical, lançar para cima ou para baixo, não definem a certeza de ganhar num jogo se não estiveres sorteado.

Deste modo, podemos categorizar as estratégias como mostra a tabela abaixo:

Tabela1: categorização das estratégias dos jogadores

Estratégia	jogador	Nº de jogadores
<i>1-Tentativa de manter as faces da mesma característica em cima</i>	A, E	2
<i>2- Contrariar a jogada do adversário</i>	C	1
<i>3- Agitação dos dados com muita força</i>	B	1
<i>4- Sorte pelo instinto</i>	D, F	2

IV.4. Análise e Interpretação dos Resultados Obtidos

Relação entre experiência e chance de ganhar

Pelas informações obtidas no campo (através da pergunta 1), ditam que os jogadores de dados são classificados em: Jogador novo, antigo e muito antigo

Sendo assim, podemos categorizar as respostas da pergunta 1 da seguinte forma:

Tabela 2: Classificação dos jogadores segundo o tempo de experiência de jogo de dados

JOGADOR	TEMPO		
	Novo (<1anos)	Antigo (1 á 5 anos)	Muito Antigo(>5anos)
A		X	
B		X	
C		X	
D			X
E	X		
F			X

O torneio de jogo de dados realizado no Sports Club de Chimoio de 27-29 de Novembro de 2009, teve um universo de 6 jogadores, dos quais um novo, três antigos e dois muito antigos. Os resultados dos jogos deste torneio está apresentado na tabela acima, portanto, averiguemos agora se existe alguma relação entre resultados adquiridos no jogo e o tempo de experiência do jogo de dados.

Tabela 3: Classificação dos jogadores através dos resultado obtidos

Jogador	Classificação
A	primeiro
E	segundo
F	terceiro
C	quarto
B	quinto
D	sexto

Se o tempo de experiência de jogo de dados fosse factor determinante na aquisição de bons resultados nas partidas de jogo de dados, é lógico que os jogadores D e F teriam os

melhores resultados (por serem os mais antigos), mas isso não aconteceu, verifica-se que o jogador D foi o último classificado e o terceiro lugar do jogador F não deve ser justificado pelo seu tempo de experiência, porque os que estão acima dele têm menos tempo de experiência no jogo de dados. E, o jogador C que é o mais novo de todos, esteve na quarta posição, acima dos jogadores B e D, jogadores antigo e muito antigo respectivamente e, abaixo dos jogadores A, E e F.

Os melhores classificados (jogador A e E) que ocuparam o primeiro e segundo lugar respectivamente, são do tempo médio, isto é, não são muito antigos nem novos.

Portanto, com este resultado, nos impede afirmar que o tempo de experiência seja factor influente nos resultados obtidos no jogo de dados, pois isso só seria possível se os lugares do pódio fossem ocupados por jogadores muito antigos ou mais novos, assim diríamos que quanto mais antigo ou quanto mais novo os jogadores são mais talentosos. Porém, isso não aconteceu e por causa disso pode-se afirmar que o tempo de experiência não é factor determinante no resultado de jogo de dado observado naquele torneio.

Análise da influência da motivação na chance de vencer

Pelas respostas dadas pelos jogadores a pergunta 2, nota-se que todos os jogadores têm um encanto pelo entretenimento de jogo de dados, apesar da justificação de alguns ser tão divergente a dos outros.

Como é o caso dos jogadores A e E, que a partir das suas respostas fazem-nos perceber que aplicam algum conhecimento científico (apesar de forma empírica). Mas, diferentemente dos outros jogadores B, C, D e F que apenas manifestam um comportamento amador e nada mais.

A motivação destes dois grupos de jogadores é diferente e, pela classificação dada anteriormente através dos resultados do torneio realizado, constatam que os jogadores A e E são os melhores que os outros; é provável que exista algo a mais nos jogadores A e E para além do simples gostar, algo que não seja do acaso, mas que os dá garantia e esperança de que serão vencedores em cada lançamento de dados. Esse facto não nos

parece fictício nem mágico, mas que seja interpretado pela técnica (uma estratégia) aplicada por eles que os fazem ser bons jogadores de dados.

Consciência dos jogadores sobre aplicação de algum conceito matemático

As respostas dadas pelos jogadores de dados inquiridos, fazem-nos perceber que em geral estes jogadores não têm consciência da aplicação dos conceitos probabilísticos formais no jogo de dados. Apesar dos jogadores A, E e F mostrarem que têm certeza na aplicação de algum conhecimento matemático no jogo de dados, e os jogadores C e D mostrarem-se inseguros e o jogador B mostrar que não tem ideia da aplicação de algum conhecimento matemático, não se deve afirmar categoricamente que estes jogadores tenham alguma consciência dos conceitos probabilísticos aprendidos na sala de aulas.

Análise das probabilidades de ganhar reveladas pelas estratégias

A resposta à pergunta número 4 dada pelo jogador A, mostra categoricamente que este jogador usa alguma estratégia em partidas de jogo de dados. Interessa, portanto, avaliar os níveis de conhecimentos empíricos de probabilidades que os jogadores revelam através de suas estratégias, e tentarmos interpretá-los em termos formais.

O espaço amostral do lançamento de dois dados tem cardinal 36 (observar a tabela 1 do capítulo

IV do texto original) e a probabilidade de se obter nesse lançamento uma quantidade ímpar de pontinhos nas faces voltadas para cima é de $9/36 = 1/4$. (a mesma probabilidade para obter uma quantidade par de pontinhos nas faces voltadas para cima). Mas com a técnica (estratégia) usada pelo jogador A observa-se que: Se ele tem o cuidado de colocar dados no copo de modo que tenham faces com a mesma característica (ambos com número par ou ímpar de pontinhos) voltadas para cima e agita-os de forma que estes se movimentem da mesma forma e, lança-os de modo que estes se movimentem como se estivessem “colados”, é porque este jogador tem alguma ideia importante que o faz vencer em partidas de jogo de dados.

Recordemo-nos que: dados tem 6 faces (refere-se ao dado clássico), três têm um número ímpar de pontinhos e as outras 3 têm um número par de pontinhos e, cada face com um número ímpar de pontinhos é oposta a uma face com um número par de pontinhos, desde que a sua soma seja igual a 7.

Então, pela estratégia usada pelo jogador A, nota-se que se as faces voltadas para cima tiverem a mesma característica (cada uma com um número par ou ímpar de pontinhos), com certeza as faces voltadas para baixo também terão a mesma característica e, provavelmente as faces laterais também tenham as mesmas características (dependendo da atenção do jogador ao colocar tais dados no copo) e, se isso acontecer, dependendo do talento do jogador na agitação e no lançamento observa-se que:

As faces voltadas para cima terão sempre a mesma característica (com quantidades par ou ímpar) e isto corresponde ao evento da c) do capítulo IV (observar a tabela 4 do texto original), que diz: Num lançamento de dois dados obter em cada face voltadas para cima um número par ou ímpar de pontinhos.

Veja que a probabilidade deste evento já foi calculada no capítulo IV e, é igual a $18/36=1/2$.

A expressão "*se tudo correr bem, espero que cada um dos dados tenha um número par ou ímpar de pontinhos nas faces voltadas para cima, excluindo uma outra possibilidade*" mencionada pelo jogador A, faz-nos perceber que este jogador tem alguma noção sobre aumento da sua chance.

Vejamos como isso pode ser interpretado formalmente:

O jogador A pela sua estratégia exclui no seu campo de acontecimentos possíveis possibilidades de se obter faces voltadas para cima com diferentes características, isto é, uma face com um número par de pontinhos e outra com um número ímpar de pontinhos. Isto significa que, pela sua estratégia o jogador A exclui empiricamente, 18 elementos do espaço amostral no lançamento de dois dados (da tabela 1 do texto original), isto é, $36 - 18 = 18$ elementos, portanto, o jogador A consegue reduzir pela metade o **espaço amostral** do lançamento de dois dados. Quer dizer, a estratégia 1 é de redução do espaço amostral. E, como o objectivo do jogador A é vencer a partida, e isto só acontece quando cada um dos dados lançados tiver face voltada para cima com um número ímpar de pontinhos (segundo a regra implantada para o presente estudo), isto é

(1,1);(1,3);(1,5);(3,1);(3,3);(3,5);(5,1);(5,3);(5,5) e seu adversário com um número par de pontinhos (2,2);(2,4);(2,6);(4,2);(4,4);(4,6);(6,2);(6,4);(6,6), ou vice-versa. Portanto, para cada um dos casos, o evento favorável do jogador A tem cardinal 9, então pela fórmula clássica do cálculo de probabilidades

$P(A) = n/ N$ apresentado com pormenor no capítulo IV do texto original, pode-se calcular a chance que o jogador A tem de ganhar a partida:

$$P(A) = 9/ 18 = 1/2$$

Neste contexto, o jogador A consegue de forma empírica aumentar em dobro a sua chance de ganhar em jogos de dados em relação a alguém que não aplica alguma estratégia.

Esse **aumento quantitativo de chance** é oriundo da manipulação de estratégias que são criadas para satisfazer certo desejo (vencer a partida).

Isto significa que se o jogador A consegue aplicar correctamente a sua estratégia, consegue duplicar a sua chance de ganhar numa partida de jogo de dados em relação a um jogador que não aplica alguma estratégia e fica dependendo apenas do acaso. Esta diferença, é significativamente grande e, sem dúvidas este poderá ser um dos factores influentes para a vitória em todas partidas de jogo de dados realizadas por este jogador no torneio acima referenciado.

De outro lado, pela questão 3 percebe-se que o jogador A não tem consciência do uso de algum conceito probabilístico no jogo de dados, mas pela sua estratégia aplicada neste jogo, mostra claramente que este jogador aplica os conceitos probabilísticos.

Os conceitos de espaço amostral, evento e probabilidades são aplicados empiricamente pelo jogador A e, dá-nos a perceber que pela sua intuição este jogador percebe que num lançamento de dois dados existe:

__Um espaço amostral que representa o campo dos casos possíveis no lançamento de dados;

__Um acontecimento que desejamos obter (evento favorável);

__ A probabilidade é directamente proporcional ao evento favorável e inversamente proporcional ao espaço amostral.

Afirma-se que o jogador A sabe usar a noção dos conceitos acima apresentados principalmente pelo facto deste ser capaz de (pela sua estratégia) reduzir o espaço

amostral com intuito de aumentar a sua chance (probabilidade) de ganhar, e como se viu no capítulo IV do texto original:

$P = E/S$, onde P é a probabilidade de um certo acontecimento ocorrer, E – é o evento favorável e S – é o espaço amostral. Observe que P é inversamente proporcional a S , e que, aumentar P significa diminuir S mantendo E , ou aumentar E mantendo S . Portanto, o jogador A diminui o espaço amostral mantendo fixo o evento favorável.

O jogador E, mostrou que tem conhecimentos matemáticos relacionados com a composição e a relação entre as faces dos dados. A resposta à pergunta 4 dada por ele percebe-se a estratégia inteligente usada por ele em partida de jogo de dados. A sua base é a verificação de faces com a mesma característica e as suas opostas, pois segundo este jogador, as opostas também terão a mesma característica (cada uma com quantidades par ou impar de pontinhos) e, dependendo do seu talento, depois do lançamento de dois dados na mesa, espera-se que cada um dos dados tenha face com um número par ou impar de pontinhos nas faces voltadas para cima, que pode ser a que estavam voltadas para cima no copo ou as suas opostas. E, a probabilidade de que num lançamento de dois dados tenham quantidades impar ou par de pontinhos nas faces voltadas para cima é $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, este jogador aplica a mesma estratégia que o jogador A (estratégia 1).

Se a estratégia para ganhar em jogos de dados aplicada pelo jogador A é a mesma que a estratégia aplicada pelo jogador E e, estes têm uma classificação diferente (o jogador A está em primeiro lugar e o jogador E em segundo) o que estará por detrás disso?

Ora, por mais que estes jogadores apliquem a mesma estratégia que, conseqüentemente os conduz a mesma chance de ganhar em jogo de dados, temos que considerar também o talento de cada jogador; para este caso, o jogador mais talentoso, ou o que souber aplicar melhor a estratégia será o vencedor.

Podemos pressupor que no confronto directo entre o jogador A e E, o jogador A teve menos falha na implementação da estratégia 1 que o jogador E.

As respostas dadas pelos jogadores, D e F mostram que as estratégias aplicadas por eles para ganhar no jogo de dados estão ligadas apenas à sorte, estes jogadores são unânimes

em afirmar que a sorte dita tudo numa partida de jogo de dados, mas os resultados adquiridos por estes jogadores no torneio de jogo de dados no qual os resultados estão apresentados pela tabela 6 do texto original, mostra que estes jogadores não obtiveram os melhores resultados. Portanto, relevar a sorte e jogar pelo instinto, são aspectos que não nos facilitam avaliar o aumento quantitativo de chance.

Do mesmo modo, o jogador B, não deu uma explicação clara na consistência da estratégia 3, a sua interpretação carece de um argumento mais significativo que permita, por meio de uma análise, averiguar um aumento ou não de chance. Por causa disso, as estratégias 3 e 4 são consideradas menos consistentes que as estratégias 1 e 2.

A resposta à pergunta 4 dada pelo jogador C, faz-nos perceber que este jogador concebe o jogo de dados como sendo um jogo de **informação imperfeita** (ver na fundamentação teórica), visto que este jogador preocupa-se mais em contrariar a jogada do seu adversário. Mas, já vimos naquele capítulo que o jogo de dados è de informação perfeita. Porém, isso não quer dizer que este jogador não tenha alguma noção intuitiva dos conceitos probabilísticos. Por exemplo, ao responder a pergunta 4, ele diz que:

— Se o meu adversário for feliz no seu lançamento, tento efectuar um lançamento diferente do que ele efectuou.

Na partida em que o jogador C realizou com o jogador D estava imposta a seguinte regra: o jogador C ganha se cada um dos dados tiver quantidade par de pontinhos nas faces voltadas para cima e, o jogador D ganha se cada um dos dados tiver quantidades impar de pontinhos nas faces voltadas para cima.

A probabilidade de que o jogador D ganhe num lance é de $1/4$ (se ele jogar aleatoriamente), pela estratégia usada pelo jogador C, nos lances em que o jogador D é vitorioso, o jogador C tenta jogar de maneira diferente de modo que o seu resultado não coincida com do seu adversário, porque se assim acontecesse, com certeza o jogador C perderia a jogada.

O que este jogador C tenta fazer intuitivamente percebe-se como a *exclusão dos pares ordenados onde ambos os números são impares no espaço amostral do lançamento de dois dados*, ficando uma tabela com $36 - 9 = 27$ elementos. Deste modo, o espaço amostral do jogador C tem 27 elemento (porque 9 foram excluídos).

Portanto, o jogador C só ganha se ambos os dados lançados tiverem quantidades par de pontinhos nas faces voltadas para cima, este evento tem 9 elementos (já foi visto no capítulo IV do texto original, que este evento tem 9 elementos). Então, dependendo do talento do jogador C, a probabilidade que ele tem de ganhar usando esta estratégia nessa partida é de $9/27 = 1/3$. Assim, esta estratégia é revestida de potencialidades similares à estratégia 1 – *diminuição do espaço amostral*.

Comparando $1/3$ é maior que $1/4$, isto é, por lógica o jogador C deveria vencer todos os jogadores que aplicam as estratégias 3 e 4 (estratégias menos consistentes) porém, isso não aconteceu porque foi vencido pelo jogador F (que aplica a estratégia 4, menos consistente). Contudo, este facto pode ser compreensível, na medida em que o jogador C é inexperiente para aplicar com mestria suas ideias estratégicas, por ser o mais novo praticante deste tipo de jogos. Acreditamos que sua estratégia não é tão fácil de ser aplicada por alguém com pouca experiência de jogo de dados. O jogador pode ter a ideia mas não conseguir concretiza-la; mesmo assim, o jogador C conseguiu estar acima dos jogadores B e D (que aplicam a estratégia 3 e 4, menos consistente) na classificação, apesar destes serem antigo e muito antigo respectivamente.

Análise da questão 5

As respostas dadas pelos jogadores de dados inquiridos em relação a pergunta 5, apenas Fortaleceram a posição de cada jogador em relação ao seu ponto de vista do jogo de dados.

Com esta resposta conseguiu-se com certeza identificar os jogadores que se preocupam em aplicar certas estratégias e outros que deixam o jogo à sua sorte. Segundo o objectivo traçado para esta pergunta, afirma-se que foi alcançado.

IIV.4.1. Teste de hipóteses de significância dos resultados reflectidos pelas estratégias 1 e 2

A actividade de lançar dados e observar o número de pontinhos nas faces voltadas para cima, é um experimento binomial².

Pretende-se agora, fazer um teste de hipótese para averiguar se o aumento quantitativo de chance de ganhar em jogos de dados observado pelas estratégias 1 e 2 é ou não significativo.

a) Teste da estratégia 1.

Consideremos as seguintes hipóteses:

Hipótese nula - **H0** : $P = p$ “O uso adequado da estratégia 1 não altera significativamente a probabilidade de ganhar em jogo de dados”

Hipótese alternativa - **H1**: $P > p$ “O uso adequado da estratégia 1 aumenta significativamente a probabilidade de ganhar em jogos de dados” com a regra: um jogador vence se cada um dos dados tiver um número ímpar de pontinhos nas faces voltadas para cima e outro ganha, se cada um dos dados tiver um número par de pontinhos nas faces voltadas pra cima).

Sintetizando: H0: $P = 1/4$

H1: $P > 1/4$

Os jogadores que usaram as estratégias 1 são A e E. Foram realizadas em média 23 lançamentos de dados; portanto, $n=23$.

Da análise feita, mostra que a estratégia 1 dá um aumento mais significativo que a estratégia 2, portanto, não é disso que se pretende testar, mas o facto de essas estratégias fornecerem um aumento de chance.

Vamos testar a hipótese H0 ao nível de significância de 5%. Temos $n=23$, $p=0,25$, $np=5,75>5$ e $n(1-p)= 17,25>5$. Assim, segundo Barbeta (2003, p.163), poderemos aproximar à distribuição normal padronizada.

² Consiste em n ensaios; cada ensaio tem apenas dois resultados *sim* ou *não*; e os ensaios são independentes entre si, com a probabilidade p de ocorrer *sim*, sendo uma constante entre 0 e 1 (Barbeta, 2003, p.139)

Os jogadores A e E, que usaram a estratégia 1, têm em média 15 lançamentos de sucessos (que são vitórias, pois, cada lançamento corresponde um jogo). Portanto, $x=15$.

Sendo uma aproximação à distribuição normal padronizada, achamos o seguinte:

$x = 15 \Rightarrow 14,5 < x < 15,5$ (correção por continuidade). Como o teste é unilateral à direita, teremos apenas $x > 14,5$

$$\mu = n.p = 5,75$$

$$\delta = \sqrt{n.p(1-p)} = \sqrt{5,75 \cdot 0,75} = 2,0766, \text{ onde } \mu - \text{ é a média populacional e } \delta - \text{ desvio}$$

padrão populacional.

$$\text{padronizando: } z = \frac{x - \mu}{\delta} = \frac{14,5 - 5,7}{2,0766} \approx 4,214$$

consultando em qualquer tabela de distribuição normal padronizada, para $z = 4,214$,

temos uma área de probabilidade 0,00001755, na cauda superior da curva, isto é,

$$p(z > 4,214) = 0,00001755$$

Como o p - valor é menor do que o nível de significância adoptado ($\alpha = 0,05$), o teste rejeita H_0 , concluindo que:

o uso adequado da estratégia 1 aumenta significativamente a probabilidade de ganhar em jogos de dados.

b) Teste da estratégia 2

Consideremos as seguintes hipóteses:

Hipótese nula - **$H_0: P = p$ “O uso adequado da estratégia 2 não altera significativamente a probabilidade de ganhar em jogo de dados”.**

Hipótese alternativa - **$H_1: P > p$ “O uso adequado da estratégia 2 aumenta significativamente a probabilidade de ganhar em jogos de dados”.**

O jogador C foi o único que usou esta estratégia. Realizou em média 23 lançamentos dos dados;

portanto, $n = 23$, e venceu em 12 lançamentos. $x = 12$.

$$H_0: p = 1/4$$

$$H_1: p > 1/4$$

Usando o procedimento anterior, verifica-se que:

1. Temos $n = 23$, $p=0,25$, $np=5,75>5$ e $n(1-p)=17,25>5$. Estas condições nos permitem aplicar a aproximação da distribuição binomial para a normal;

2. Como : $x = 12 \Rightarrow 11,5 < x < 12,5$ (correção por continuidade);

$$\mu = n.p = 5,75$$

$$\delta = \sqrt{n.p(1-p)} = \sqrt{5,75.0,75} = 2,0766$$
, onde μ - é a média populacional e δ - desvio

padrão populacional.

$$\text{padronizando: } z = \frac{x - \mu}{\delta} = \frac{11,5 - 5,75}{2,0766} \approx 2,7689$$

Consultando em qualquer tabela de distribuição normal padronizada, para $z = 2,7689$, temos uma área de probabilidade 0,0029, isto é, 0,0029.

Como o *p-valor* é menor que o nível de significância adoptado ($\alpha = 0,05$). Assim, o teste rejeita H_0 , concluindo que:

O uso adequado da estratégia 2 aumenta significativamente a probabilidade de ganhar em jogos de dados.

IV.4.2. Constatações

A partir da análise feita e pelos testes de hipóteses acima apresentados, constata-se que as estratégias 1 e 2 usadas em jogos de dados dão um aumento significativo de chance de ganhar aos jogadores que as aplicam adequadamente.

Ora, é importante realçar que os resultados apresentados pela tabela 12 (do texto original), refere-se a um jogador que aplica tais regras sem falha (isso depende do talento do jogador), é por causa disso que as hipóteses levantadas para o teste, consta a frase “uso adequado” é exactamente para mostrar que tais fenómenos de aumento só acontecem quando as estratégias são usadas adequadamente.

Portanto, as derrotas do jogador C obtidas em confronto directo com os jogadores B e F, deve ser interpretada pela falta de consistência da regra aplicada pelo jogador C (estratégia 2), mas pela inadequada aplicação desta estratégia, porque está provado que

a estratégia 4 (aplicada pelos jogadores B e F) não é muito consistente em relação a estratégia 2 aplicada pelo jogador C.

Das respostas obtidas do inquérito apresentadas na tabela 8 e 9 (do texto original) e pelo resultado do torneio de jogo de dados apresentado na tabela 6 (do texto original), constata-se que nem todas as estratégias aplicadas pelos jogadores são consistentes e levam a um aumento de chance de ganhar em jogos de dados, deste grupo menos se pode esperar pois na teoria de jogos um conceito fundamental é o conceito de **Estratégia** (Rino: 2004, p.14).

Alguns conseguem explicar suas estratégias, apesar de umas serem melhores que as outras, o importante é que na aplicação de tais estratégias consegue-se perceber que estes jogadores aplicam empiricamente os conceitos probabilísticos, mas, que afinal, podem ser interpretados formalmente.

No capítulo IV (do texto original), foram apresentados vários conceitos formais que são abordados em aulas de Teoria de probabilidades, tais conceitos não são assimilados de maneira simples (por experiência própria, dificuldades de percepção da maior parte de alunos na sua turma e na escola/faculdade, ao longo da sua carreira estudantil) pelos estudantes dos níveis nos quais estes conceitos são abordados. Mas, é de realçar que numa forma divertida, indivíduos não matemáticos e de níveis académicos não muito elevados aplicam positivamente (e de forma intuitiva) os conceitos probabilísticos através das suas estratégias para ganhar em partidas de jogo de dados. Como é o caso dos jogadores A, E e C que pelas suas formas de jogar e pelas explicações dadas por eles de como jogam dados, percebe-se que estes aplicam correctamente os conceitos probabilísticos formais no jogo de dados.

Apesar de estes jogadores não terem um nível de escolarização que permita uma interpretação formal, não se pode dizer que eles não aplicam tais conceitos, mas o que está na consciência de cada um destes jogadores é o **conceito empírico de chance** de ganhar o jogo de dados (esta afirmação justifica-se pelas respostas dadas por jogadores através da questão 4 do inquérito apresentado aos jogadores de dados), eles conseguem manipular o jogo de maneiras a obter um **aumento de chance**, usando empiricamente os conceitos como: espaço amostral e eventos que os leva a pensar de forma positiva.

Na aplicação dos conceitos probabilísticos pelos jogadores de dados não se tem seguido um padrão de estruturação do conhecimento formal, como se aprende na sala de aulas, mas eles têm dentro de si certos conceitos, não formais, mas que na sua interpretação equivalem aos formais aprendidos na sala de aulas.

Pretende-se com isso dizer, que não existe nenhum erro de ligação entre conceitos empíricos de chance aplicados pelos jogadores de dados e os conceitos probabilísticos aprendidos na sala de aulas, porém, *as estratégias aplicadas por cada jogador é que nos faz perceber o entendimento dos conceitos probabilísticos por esses jogadores.* Portanto, quanto melhor for interpretada a estratégia de ganhar elaborada por um jogador, tão próxima está a sua noção empírica de chance ao conceito formal de probabilidades.

Pelos resultados deste trabalho, se a abordagem dos conceitos probabilísticos não são concebidos facilmente em aulas de matemática e, por outro lado, no jogo de dados tais conceitos são aplicados (apesar de forma empírica, mas sem erros) é oportuno que o jogo de dados seja um meio para a abordagem dos conceitos probabilísticos formais na aula, visto que, na aprendizagem o jogo esteve sempre associado à ideia de transmitir conhecimentos numa forma mais leve e dinâmica, à ideia de quebrar uma certa monotonia e austeridade (Rino, 2004: p.5).

V. CONCLUSÕES

Numa perspectiva de encontrar resposta a questão levantada anteriormente no capítulo I (questão de pesquisa) de modo a minimizar o problema do ensino e aprendizagem dos conceitos probabilísticos na aula, foi realizada uma pesquisa qualitativa, com ajuda de bibliografias servindo como suporte para fortalecer a pesquisa. Através do método de pesquisa usado e pelo inquérito apresentado à 6 jogadores de dados (participantes do torneio de jogo de dados realizado no Sports Club de Chimoio em 27-29 de Novembro de 2009) foi possível obter informações importantes que permitiram uma análise conducente às seguintes afirmações:

__O conceito empírico de chance aplicados nas estratégias de ganhar pelos jogadores de dados é uma aplicação inconsciente dos conceitos probabilísticos formais aprendidos na aula.

__ O conceito empírico de chance é aplicado pelos jogadores de dados de forma divertida e sem nenhum esforço mental e, por não existir erro de interpretação entre este conceito empírico de chance e os conceitos probabilísticos formais aprendidos na aula, é importante que exista uma ponte entre o conceito empírico de chance aplicado na estratégia de ganhar no jogo de dados e o conceito formal de probabilidades, de modo que tais conceitos aprendidos em Teoria de probabilidades seja percebido de forma mais leve e dinâmica pelo aluno.

O aspecto preponderante é a eficácia do ensino e aprendizagem dos conceitos probabilísticos formais, portanto, percebe-se a partir deste trabalho que isso poderá acontecer se a abordagem de tais conhecimentos estiver ligada à uma actividade de entretenimento onde se aplicam tais conceitos, de modo que crie motivação aos alunos e que a aprendizagem esteja relacionada com o quotidiano dos alunos, de modo que a aprendizagem de tais conceitos seja significativa.

V.1. Sugestões

A história das probabilidades aponta que esta tem origem no jogo de dados, este jogo não é muito vulgar em sociedades moçambicanas, mas também não é difícil de aprender para quem estiver interessado. Portanto, sugere-se que:

__Os professores de matemática abordem o historial dos conceitos probabilísticos aquando sua introdução, de modo que os alunos percebam a sua proveniência;

__Na abordagem dos conceitos probabilísticos, para dar mais significado é necessário que o professor seja portador de dados para que os alunos possam experimentar o jogo e

discutir as estratégias para aumentar as chances de vencer, e partindo disso, discutir formalizações das respostas em termos dos conceitos da noção de probabilidade (como se fez neste trabalho, ao se estudar em termos de probabilidades, a *quantificação do aumento da chance de ganhar*): espaço amostral, eventos e a probabilidade de certo evento acontecer; de modo a relacionar a actividade extra-curricular do aluno e a aprendizagem na sala de aula. Não estamos a afirmar que o aluno/estudante seria obrigado a aprender jogar dados, mais, que a partir de dados, sejam interpretados os conceitos formais que se estudam em probabilidades – porque estes favorecem.

VI. REFERÊNCIA BIBLIOGRAFICA

1. BARBETTA, Pedro Alberto. *Estatística Aplicada às Ciências Sociais*. 5a edição revista, Editora da UFSC, Florianópolis, 2003.
2. BROW, W. N. *The Indian Games of Pachisi, Chaupar, and Chausar*. Expedition, 32-35. University of Pennsylvania Museum of Archaeology and Anthropology, 1964.
3. LOWIE, Robert H. *Na Introduction To Cultural Anthropology*. Masterson Press, I SBN, 2007
4. MACHADO, António dos Santos. *Matemática na Escola do Segundo grau*. São Paulo:actual, 1994, vol. 2.
5. MARTÍN, Miguel Angel, CABRE, Manuel Morán et all. *Matemática aplicada a las Ciencias Sociales 2*. Editorial Bruño, Espanha, 2000.
6. MORREIRA, *Aplicação de Vygostky à Educação Matemática*. São Paulo, 1999.
7. MULENGA, Alberto Chicafo. *Introdução à estatística*. Universidade Eduardo Mondlane, Maputo, 1999. 1000 exemplares.
8. NEJAT, Karen Rhea Nemet. *Daily Life in Ancient Mesopotania. Conncticut*, Greenwood Publishing Group, ISBN, 1998.
9. POSSEHL, Gregory. *The Indian Ocean in Antiquity*. London, Kegan Paul Intl, 1996.
10. RINO, Joao. *O jogo, Interacções e matemática*. Associação de Professores de Matemática. Edição da APM, Outubro, 2004, 1000 exemplares.
11. <http://www.foxnews.com/story/0,2933,253221,00.html> FOX News: 5,000- Year-Old Artificial Eye Found on Iran-Afghan Border, 20 de fevereiro 2007.
12. [http://www.charityadvantage.com/afghan communicatorNKFPKG/GoldenEye.doc](http://www.charityadvantage.com/afghan%20communicatorNKFPKG/GoldenEye.doc)
13. Enciclopedia Britannica Inc. (1980)