

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA: FUNCIONALIDADE COTIDIANA

CASSIANO, Cláudio Roberto de Paula – ESMAC, Esp. Educação Básica em Matemática.

ALVES, Osvando dos Santos - Msc. Em Educação em Ciências e Matemáticas

Resumo

O objetivo desse texto é discutir a importância do estudo das Probabilidades e Estatística no processo pedagógico na educação básica e na formação do cidadão seja qual for o seu meio socioeconômico. Tendo como base a apresentação dos tipos de fenômenos segundo Morettin (1999), a aplicabilidade de duas distribuições de variáveis aleatórias discretas selecionadas (Distribuição de Bernoulli e Distribuição Binomial) e a Teoria de Probabilidade de Meyer (1983), utilizamos a pesquisa realizada pelo Instituto DATAFOLHA (TSE – 46041/2011), a pesquisa realizada entre alunos da Escola Superior Madre Celeste - ESMAC e o resultado do plebiscito sobre a divisão do Estado do Pará, para mostrar como é possível construir leituras estatísticas no cotidiano.

Palavra-Chave: Teoria da Probabilidade; Distribuição de Bernoulli; Distribuição Binomial; Aplicação de Distribuição v. a. Discreta; Estatística.

Introdução

Os conhecimentos de Probabilidade e Estatística no ensino básico são, como a maioria dos conteúdos de matemática ou áreas afins, indesejados pelos estudantes. As causas dessa rejeição são diversas e muito discutidas, sendo que uma das mais comuns é a falta de esclarecimento dos estudantes sobre a utilidade destes conhecimentos. Este trabalho busca uma aproximação dos conteúdos da estatística e probabilidade da sala de aula. No dia a dia, o risco de acontecer ou não algo que se espera é constantemente vivenciado, porém, a aplicação de conceitos de probabilidade nesses momentos não é percebida, mas existente, sem nenhum claro teor teórico, porém manifesto na expectativa de que possa ocorrer um sucesso ou um fracasso.

Cientificamente a probabilidade é utilizada para o acompanhamento de fenômenos ou processos já ocorridos ou que ainda possam acontecer, propiciando assim, oportunidades de se conhecer o rumo que o evento possa seguir e, visualizando assim, a viabilidade para a aplicação dos modelos gerados em outros eventos semelhantes científicos ou não. Saibamos, portanto, que a probabilidade não é uma ciência exata, que não tem o intuito de obter um resultado concreto para o sucesso do evento, e sim, apresentar todos os resultados possíveis que possam ocorrer. Conforme KENDALL (Apud, PORTO DA SILVEIRA J.F - 2001) "A Humanidade precisou de centenas de anos para se acostumar com um mundo onde alguns eventos não tinham causa [...] ou eram determinados por causas tão remotas que somente

podiam ser razoavelmente representados por modelos não casuais." Tais eventos ocorrem diariamente e são apresentados por meio de gráficos estatísticos nos vários meios de comunicação de massa.

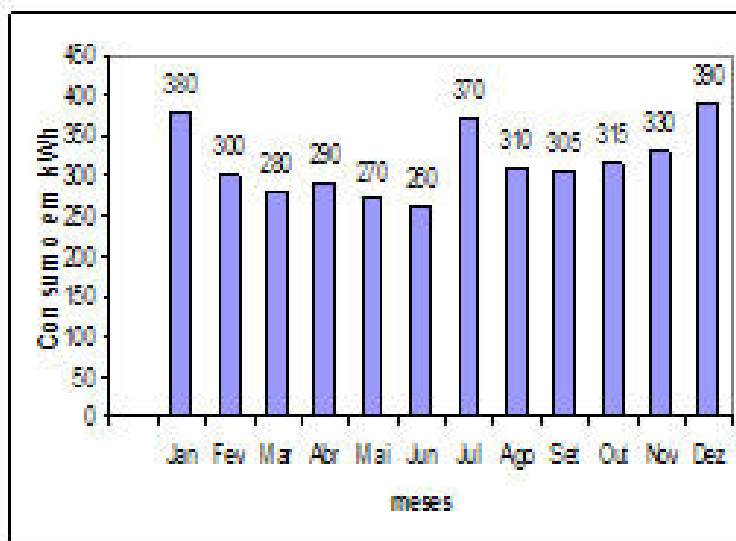
A palavra probabilidade deriva do Latim *probare* (provar, testar), figurativamente conhecida por 'sorte', 'azar', 'certeza', 'incerteza' e 'risco', dependendo do contexto (Introduction to Probability, 2011). Sua prática informal vem dos tempos primórdios em que ocorriam jogos com ossos. Com o decorrer dos tempos foram surgindo problemas casuais e com eles a necessidade de busca de modelos não casuais para o esclarecimento e/ou justificativa dos eventos. Conforme Morettin (1999, pág.1) temos dois tipos de fenômenos: os determinísticos, que "são aqueles em que os resultados são sempre os mesmos, qualquer que seja o número de ocorrências verificadas" já nos "fenômenos aleatórios, os resultados não serão previsíveis, mesmo que haja um grande número de repetições do mesmo fenômeno".

Para a aplicação do cálculo de uma probabilidade, primeiramente, é necessário o conhecimento de todos os dados que envolvem o fenômeno a se testar ou provar, sua finalidade e, a partir daí, selecionar dentre os vários modelos, os adequados para o fenômeno distinto. Segundo o Professor J. Neyman (apud, MEYER, 1983, p.1):

Todas as vezes que empregarmos Matemática a fim de estudar alguns fenômenos de observação, deveremos essencialmente começar por construir um modelo matemático (determinístico ou probabilístico) para esses fenômenos. Inevitavelmente, o modelo deve simplificar as coisas e certos pormenores devem ser desprezados. O bom resultado do modelo depende de que os pormenores desprezados sejam ou não realmente sem importância na elucidação do fenômeno estudado. A resolução do problema matemático pode estar correta e, não obstante, estar em grande discordância com os dados observados, simplesmente porque as hipóteses básicas feitas não sejam confirmadas. Geralmente é bastante difícil afirmar com certeza se um modelo matemático especificado é ou não adequado, antes que alguns dados de observação sejam obtidos. A fim de verificar a validade de um modelo, deveremos deduzir um certo número de consequências de nosso modelo e, a seguir, comparar esses resultados previstos com observações.

Na escola básica, ao se estudar probabilidades o que ocorre com frequência é buscar a compreensão desses eventos casuais ou não e, principalmente, conseguir decifrar os gráficos estatísticos vivenciados no dia-a-dia. Exemplificando, o consumo de energia mensal é demonstrado por meio de números e gráficos, como ilustramos abaixo. A partir da apresentação gráfica do fenômeno, é possível fazer estimativas e com base nestas tomar decisões com menor probabilidade de erro.

Mês	Consumo em kWh
Janeiro	380
Fevereiro	300
Março	280
Abril	290
Mai	270
Junho	260
Julho	370
Agosto	310
Setembro	305
Outubro	315
Novembro	330
Dezembro	390

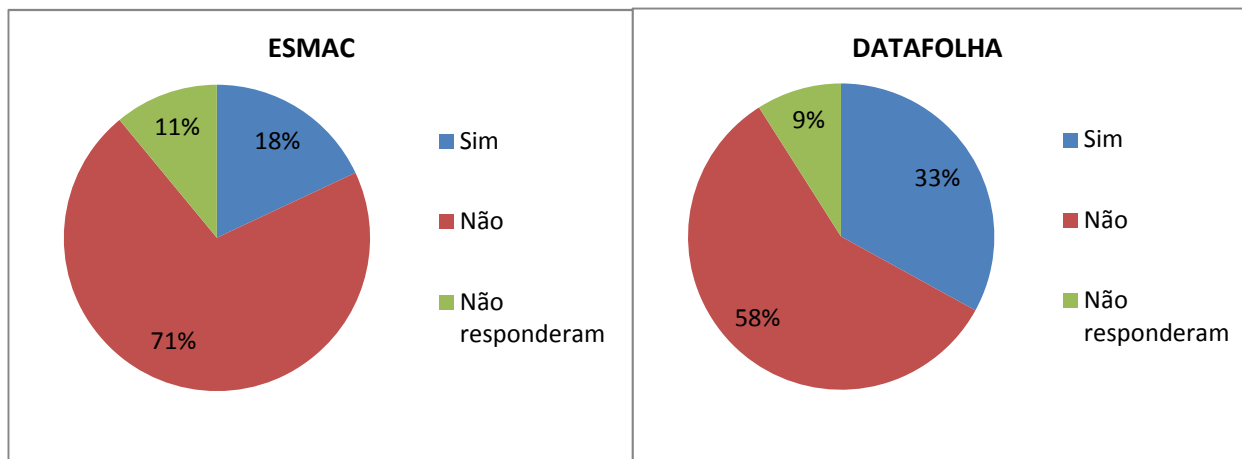


Fonte: Conta de energia Rede Celpa / histórico de consumo de energia elétrica mensal - kWh

O ESTUDO

Para o estudo que descreveremos neste artigo, selecionamos um fenômeno determinístico, polêmico, histórico e atual no Estado do Pará: o plebiscito realizado em 2011 com a finalidade de consultar o povo sobre a divisão do Estado, criando os estados do Tapajós e Carajás, além do Pará. O assunto foi o mais discutido pela grande mídia nos três meses que antecederam a votação. Nos bares, ambientes de trabalho, escolas e igrejas, as opiniões se dividiram.

Aproveitando a motivação polêmica que o assunto propicia, os acadêmicos da Escola Superior Madre Celeste – ESMAC foram submetidos a uma pesquisa de opinião sobre a divisão do estado, realizada por meio de perguntas objetivas. Podemos antecipar que esta apresentou diferenças consideráveis nos resultados ao ser comparado com a pesquisa realizada pelo Datafolha, conforme ilustrado abaixo:



Apesar da diferença nos resultados, ambas estão coerentes, pois, tendo em vista a complexidade do fenômeno estudado que envolve toda população dos municípios do Estado do Pará, a pesquisa com os acadêmicos da ESMAC (Ananindeua) propicia uma visualização básica das concepções no grupo familiar, facilitando na interação família x escola no almejo de um ensino-aprendizagem de qualidade, enquanto, a pesquisa do Datafolha (vários municípios) supre a necessidade básica para o processo probabilístico do fenômeno selecionado e, que tenha a menor margem de erro comparado com o resultado final do plebiscito.

Portanto, baseando-se nos resultados da pesquisa do Datafolha e no resultado final do plebiscito, utilizaremos dois modelos probabilísticos: Distribuição de Bernoulli e Distribuição Binomial, para fundamentar e comparar os dados estatísticos gerados a partir das pesquisas realizadas.

Modelo ou distribuição de Bernoulli:

A Distribuição de Bernoulli baseia-se em somente um experimento (ensaio), onde se determina sucesso (quando ocorre o esperado no evento) ou fracasso (quando não ocorre o esperado no evento). Exemplo básico deste modelo é o jogo “cara ou coroa”, em que determino o sucesso (cara) e o fracasso (coroa), jogando a moeda uma única vez, terei o resultado desejado ou não.

Apesar da simplicidade apresentada no parágrafo anterior, pré-julgando uma linguagem não científica, a Distribuição de Bernoulli é complexa e segue propriedades exigidas para sua aplicabilidade, como apresentamos a seguir:

O experimento (ensaio) do tipo Bernoulli é demonstrado da seguinte forma (Equação 1):

$$E = p + q = 1$$

a letra “E” significa toda probabilidade que possa ocorrer no experimento;

a letra “p” significa sucesso (quando ocorre o que queremos no experimento);

a letra “q” significa fracasso (quando ocorre o que não queremos no experimento).

Definição:

A seguinte variável aleatória discreta: X : número de sucessos em uma única tentativa do experimento.

Onde:

$$X = \begin{cases} 0 \rightarrow \text{FRACASSO} \\ 1 \rightarrow \text{SUCESSO} \end{cases}$$

$$P(X = 0) = 1 - p = q \text{ e } P(X = 1) = p$$

Nessas condições a v. a. X tem distribuição de Bernoulli, e sua função de probabilidade é dada por (Equação 2):

$$P(X = x) = p^x \cdot q^{1-x}$$

Esperança (média) é determinada por: (Equação 3)

$$E(x) = \sum_{x=0}^1 x \cdot P(X=x)$$

$$E(x) = 0q + 1p$$

$$E(x) = p$$

Variância é determinada por: (Equação 4)

$$\text{Var}(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$E(x^2) = \sum_{x=0}^1 x^2 \cdot P(X=x) \quad [E(x)]^2 = p^2$$

$$E(x^2) = 0^2q + 1^2p$$

$$E(x^2) = p$$

$$\text{Var}(x) = p - p^2$$

$$\text{Var}(x) = p \cdot (1 - p)$$

$$\text{Var}(x) = p \cdot q$$

Modelo ou distribuição Binomial:

A Distribuição Binomial baseia-se na somatória dos experimentos (ensaios) independentes da Distribuição de Bernoulli. Exemplo básico deste modelo é o jogo “cara ou coroa”, em que determino o sucesso (cara) e o fracasso (coroa), jogando a moeda duas ou mais vezes e, somando os resultados independentes para obter o resultado.

Portanto, a demonstração deste modelo utilizará o mesmo fenômeno utilizado na Distribuição de Bernoulli, mas seguindo suas propriedades distintas. Realizando um experimento tipo Bernoulli, independentemente, “n” vezes podemos ter de “0 a n” sucessos. (Equação 5)

$$\text{Onde: } \sum_{i=1}^n x_i = k$$

$x_i \rightarrow$ onde em cada tem distribuição Bernoulli (0, 1)

$n \rightarrow$ quantidade total de ensaios independentes

$k \rightarrow$ quantidade de sucessos em n ensaios independentes

Definir a totalidade dos possíveis sucessos em n repetições: (Equação 6)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Nessas condições a v. a. k tem distribuição de Binomial com parâmetros “n” e “p”, e sua função de probabilidade é dada por: (Equação 7)

Parâmetros: $K \sim \text{Bin}(n, p)$

$$\text{Função: } P(K = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

Esperança, Variância e o Desvio Padrão são determinados respectivamente por: (Equações 8, 9 e 10).

$$E(k) = n.p$$

$$\text{Var}(k) = n.p.q$$

$$\text{DP}(k) = \sqrt{\text{Var}(k)}$$

Propriedades básicas que caracterizam uma v. a. Binomial:

- 1) A variável é resultado de contagem (k);
- 2) Os experimentos devem ser independentes;
- 3) A probabilidade de sucesso é a mesma a cada repetição do experimento.

NO PLEBISCITO

Na pesquisa do Datafolha foram ouvidos 880 eleitores com 16 anos ou mais em 42 municípios do Pará, entre os últimos dias 7/11 e 10/11/2011 e no plebiscito votaram 3.601.849 eleitores. Na pesquisa e no plebiscito, os eleitores paraenses responderão a duas perguntas: Você é a favor da divisão do estado do Pará para a criação do estado do Carajás? e

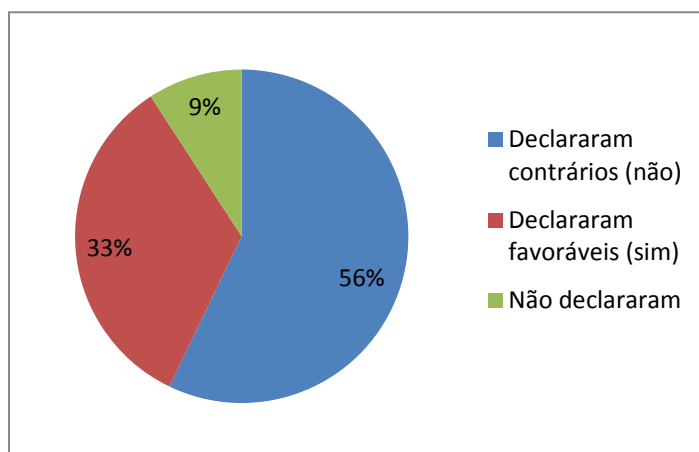
Você é a favor da divisão do estado do Pará para a criação do estado do Tapajós? Ao indagar a opinião dos eleitores sobre os dois casos, obtiveram exatamente o mesmo resultado em ambos, sobre a criação de Carajás e Tapajós:

- Resultado da Pesquisa Datafolha

- 510 entrevistados declararam contrários (não): **58%**

- 290 entrevistados declararam favoráveis (sim): **33%**

- 80 entrevistados não declararam: **9%**

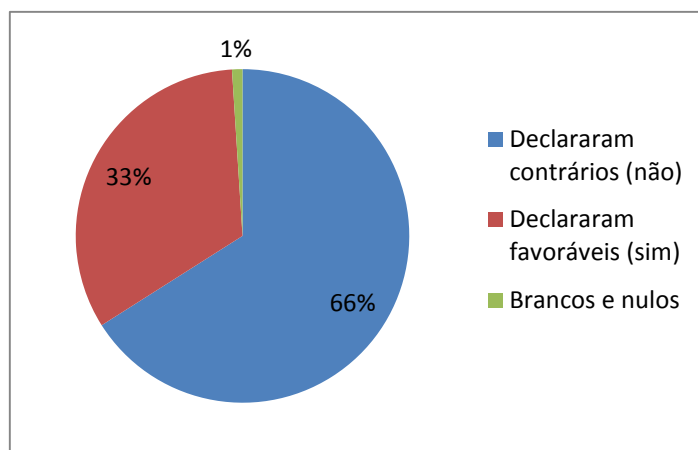


- Resultado Oficial do Plebiscito

- 2.377.220 eleitores votaram contrários (não): **66%**

- 1.188.610 eleitores votaram favoráveis (sim): **33%**

- 36.019 eleitores votaram brancos e nulos: **1%**



Aplicação da Distribuição de Bernoulli

Utilizando as equações 2, 3 e 4, obteremos os respectivos valores baseado no experimento: Tendo como sucesso um eleitor que respondeu **não** na pesquisa do Datafolha e no Plebiscito. Um eleitor é escolhido ao acaso (somente um ensaio).

O eleitor respondeu não (sucesso)

$$x = \begin{cases} 0 \rightarrow \text{fracasso (que não respondeu não)} \\ 1 \rightarrow \text{sucesso (que respondeu não)} \end{cases}$$

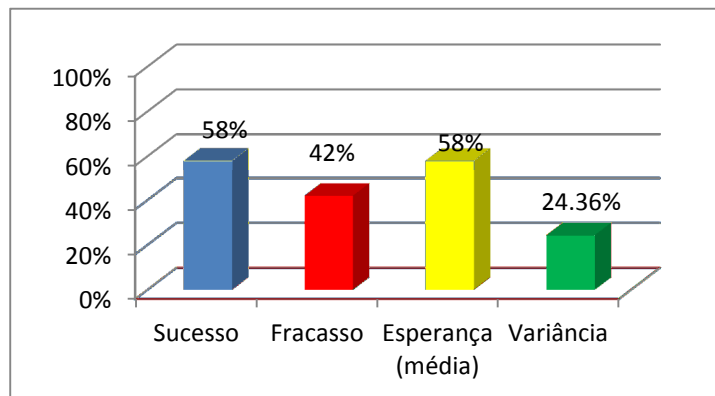
- Pesquisa Datafolha

$$\text{(Eq.2) } P(X = 0) = 42/100$$

$$P(X = 1) = 58/100$$

$$\text{(Eq.3) } E(x) = 0,58$$

$$\text{(Eq.4) } \text{Var}(x) = 0,58 \cdot 0,42 = 0,2436$$



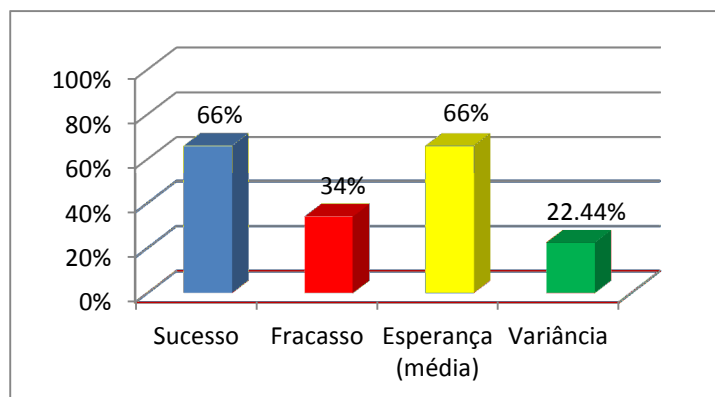
- Plebiscito

$$\text{(Eq.2) } P(X = 0) = 34/100$$

$$P(X = 1) = 66/100$$

$$\text{(Eq.3) } E(x) = 0,66$$

$$\text{(Eq.4) } \text{Var}(x) = 0,66 \cdot 0,34 = 0,2244$$



Aplicação da Distribuição Binomial

Seguindo o mesmo critério de sucesso da aplicação anterior e utilizando as equações 5, 6, 7, 8, 9 e 10, obteremos os respectivos valores baseado no experimento das amostras em que: 100 eleitores são escolhidos ao acaso, qual a probabilidade de que 70 dos eleitores respectivamente responderam não? E, calculando Esperança, Variância e Desvio Padrão.

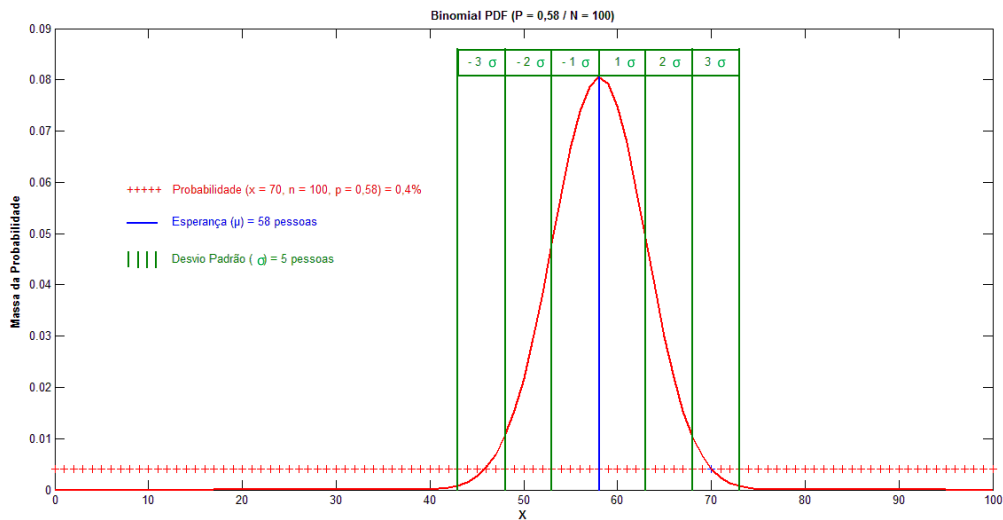
- Pesquisa Datafolha

$$\begin{aligned} \text{(Eq. 5, 6 e 7) } P(K = 70) &= \binom{100}{70} 0,58^{70} \cdot 0,42^{100-70} \\ &= \frac{100!}{70! (100 - 70)!} \cdot 0,58^{70} \cdot 0,42^{30} \\ &\approx \mathbf{0,0040} \end{aligned}$$

$$\text{(Eq.8) } E(k) = n.p = 100 \cdot 0,58 = \mathbf{58}$$

$$\text{(Eq.9) } \text{Var}(k) = n.p.q = 100 \cdot 0,58 \cdot 0,42 = \mathbf{24,36}$$

$$\text{(Eq.10) } \text{DP}(k) = \sqrt{\text{Var}(k)} = \sqrt{24,36} = \mathbf{4,9356}$$



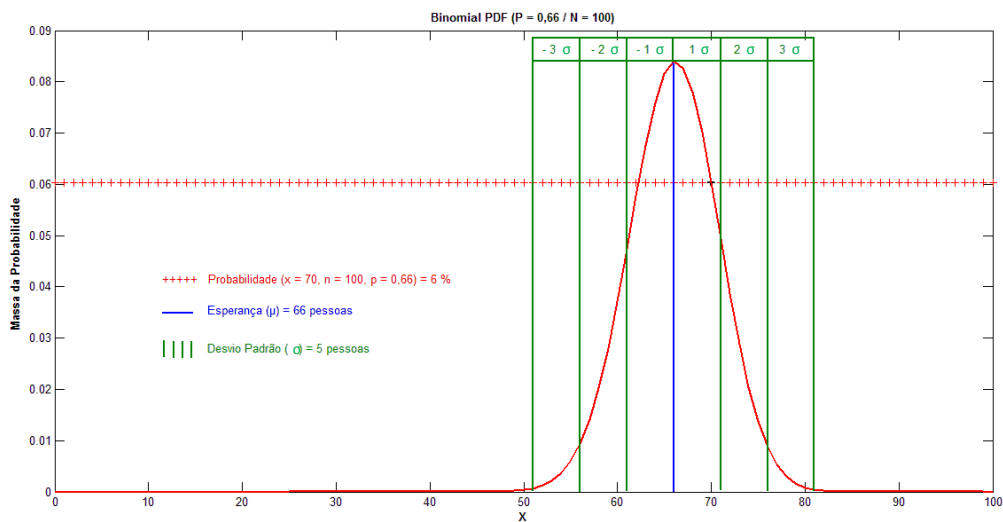
- Plebiscito

$$\begin{aligned}
 \text{(Eq. 5, 6 e 7) } P(K = 70) &= \binom{100}{70} 0,66^{70} \cdot 0,34^{100-70} \\
 &= \frac{100!}{70! (100 - 70)!} \cdot 0,66^{70} \cdot 0,34^{30} \\
 &\approx \mathbf{0,0603}
 \end{aligned}$$

$$\text{(Eq.8) } E(k) = n.p = 100 \cdot 0,66 = \mathbf{66}$$

$$\text{(Eq.9) } \text{Var}(k) = n.p.q = 100 \cdot 0,66 \cdot 0,34 = \mathbf{22,44}$$

$$\text{(Eq.10) } DP(k) = \sqrt{\text{Var}(k)} = \sqrt{22,44} = \mathbf{4,7370}$$



Considerações Finais

O estudo da probabilidade e da estatística é essencial para termos entendimento na leitura dos fenômenos apresentados que ocorrem no dia a dia. Portanto, neste fenômeno ocorrido com a pesquisa do Datafolha (880 pesquisados) tivemos uma expectativa, não concreta do resultado final do plebiscito, onde 3.601.849 eleitores ratificaram tal pesquisa. Apesar dos dados estatísticos da pesquisa não serem idênticos aos do resultado final do plebiscito, estes foram importantes para os organizadores políticos das frentes do “sim” e do “não”, pois a informação os orientou a buscar meios para convencer que os 9%, que não se

declararam na pesquisa. Pesquisas eleitorais, a exemplo desta, possibilitam aos interessados que estudem novas estratégias para buscar modificar resultados ou até mesmo fortalecer o trabalho de consolidação de situações.

A partir deste relato, não podemos deixar de reafirmar a importância do conhecimento básico em probabilidade e leitura estatística na escola básica. Os professores nem sempre estão preparados para trabalhar tais conteúdos e, não raro, deparam-se no cotidiano com diversas demonstrações estatísticas e, inconscientemente deixam de ler, por não terem domínio sobre tais conhecimentos. Com este artigo esperamos ter oferecido uma alternativa viável para o professor trabalhar com contextos atuais e de interesse dos alunos.

REFERÊNCIAS

INTRODUCTION TO PROBABILITY, por Charles Miller Grinstead e James Laurie. Publicado: 24 no. 2011. Disponível: <Snel<http://pt.wikipedia.org/wiki/Probabilidade>>. Acesso em 25 no. 2011

MEYER, Paul L. **Probabilidade: Aplicações a Estatísticas**. Livros Técnicos e Científicos. Editora S.A. 2ª edição. Rio de Janeiro, 1983.

MORETTIN, Luiz Gonzaga. **Estatística Básica: Probabilidade**. Editora Pearson Education do Brasil. Vol.1. 7ª edição. São Paulo, 1999.

PORTO DA SILVEIRA, J. F. Publicado dia 20 fev. 2001. Disponível: <<http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/histo2c.html>>. Acesso em 25 no. 2011

TRIBUNAL SUPERIOR ELEITORAL. **DATAFOLHA: Pesquisa de votação no plebiscito sobre a divisão do Estado do Pará**. Publicado: 04 no. 2011. Disponível: <<http://www.tse.jus.br/eleicoes/plebiscitos-e-referendos/consulta-as-pesquisas-registradas>>. Acesso em 25 no. 2011.

_____. **Relatório da votação dos plebiscitos**. Publicado: 12 de. 2011. Disponível: < <http://www.tse.jus.br/eleicoes/plebiscitos-e-referendos/plebiscitos-no-estado-do-para>>. Acesso em 15 de 2011.